

|  |                              |
|--|------------------------------|
| <b>Exercice 1</b>  | <b>6</b>                     |
| Reformulation et raisonnement :<br>- z dépend de w donc il faut une bobine ou un condensateur,<br>- z est monotone croissante de w<br>- z à l'origine est finie : cela élimine le condensateur (divergence en 0)<br>On s'oriente vers une résistance et une bobine en série (car valeur non nulle en 0, elle serait nulle en parallèle). | <b>2 pts</b>                 |
| Solution retenue : R + L en série<br>$\underline{Z} = R + jL\omega$ et $ \underline{Z}  = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$<br><i>Pour ceux qui essaient au hasard (ou sans explication), mettre seulement ce point</i>  | <b>1 pt</b>                  |
| La valeur à l'origine est R. Par lecture R = 30Ω<br>Pour L, à partir d'un point particulier évident (par exemple 300Hz et 100 Ω) il vient $L \approx 50mH$   | <b>0.5 pt</b><br><b>1 pt</b> |
| $\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right) = 1.13 \text{ rad} = 65^\circ$  | <b>1.5 pt</b>                |

|     |   |  |
|-----|---|--|
|     | <b>Exercice 2 : Filtre</b>  | <b>9</b>                                   |
|     | <b>Partie 1</b>   |  |
|     | Impédance totale du circuit : $\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$<br>$ \underline{Z}  = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ et $\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$<br>$\underline{u}(t) = \underline{Z} \cdot \underline{i}(t)$<br>$U e^{j(\omega t + \varphi_u)} =  \underline{Z}  e^{j(\varphi)} I e^{j(\omega t)}$ d'où $U =  \underline{Z}  I$ et $\varphi_u = \varphi$<br>donc $u(t) = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} I \cos(\omega t + \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right))$  | <b>1,5</b>                                 |
| 1.b | <p style="text-align: center;">référence de phase : <math>\varphi_i</math><br/>(car circuit en série)</p>   | <b>1,5</b>                                 |
|     | <b>Partie 2</b>   |  |
| 2.a | $\frac{u_C}{u} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$   | <b>1</b>                                   |
| 2.b | $G = \left  \frac{u_C}{u} \right  = \frac{1}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)^2}}$ <p>Lorsque <math>\omega \rightarrow 0</math>, <math>G \rightarrow 1</math><br/> <math>[G_{dB} = 20 \log(1) = 0 \text{ Non demandé}]</math><br/> Lorsque <math>\omega \rightarrow +\infty</math>, <math>G \rightarrow \frac{1}{LC\omega^2} \rightarrow 0</math><br/> <math>[G_{dB} = 20 \log\left(\frac{1}{LC\omega^2}\right) = -20 \log LC - 40 \log \omega \text{ Non demandé}] :</math><br/> <b>Autre possibilité</b> : A TBF la capacité se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un fil donc <math>u_C = u</math> et <math>G = 1</math>. A THF la capacité se comporte comme un fil et la bobine comme un interrupteur ouvert donc <math>u_C = 0</math> et <math>G = 0</math> </p> | <b>0,5</b><br><br><b>0,5</b><br><b>0,5</b> |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 2.c | En se basant sur les résultats de la question 2b, filtre Passe bas d'ordre 2 (on peut accepter passe bande si l'étudiant a remarqué un comportement singulier autour de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ )  | <b>0,5</b>   |
| 2.d | <p>Diagramme de Bode en Phase<br/> <math>\varphi = -\phi = -\arg(1 - LC\omega^2 + jRC\omega)</math></p> <p>Asymptote à TBF : <math>\varphi = 0</math><br/> Asymptote à THF : <math>\varphi = -\pi</math></p> <p>Attention : il faut examiner le signe de <math>\sin(\phi)</math> et de <math>\cos(\phi)</math><br/> <math>\sin(\phi) &gt; 0</math> et <math>\cos(\phi)</math> est du signe de <math>1 - LC\omega^2</math></p> <p><math>\phi = \arctan\left(\frac{RC\omega}{1-LC\omega^2}\right)</math> si <math>1 - LC\omega^2 &gt; 0</math><br/> <math>\phi = \frac{\pi}{2}</math> si <math>1 - LC\omega^2 = 0</math><br/> <math>\phi = \pi + \arctan\left(\frac{RC\omega}{1-LC\omega^2}\right)</math> si <math>1 - LC\omega^2 &lt; 0</math></p> <p>Pas de valeurs singulières mais on peut remarquer <math>\varphi\left(\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = -\frac{\pi}{2}</math></p> <p>Tracé qualitatif</p> | <p><b>0,5</b></p> <p><b>1 pt</b> (0.5 par asymptotes)</p> <p>Bonus : 0,5</p> <p>Tracé : <b>0,5</b></p> |
| 2.e | <p>Si <math>R \rightarrow 0</math> : <math>\frac{u_C}{u} \rightarrow \frac{\frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \quad \frac{u_C}{u} = \frac{1}{1-LC\omega^2}</math></p> <p>Donc <math>G = \frac{1}{1-LC\omega^2}</math>. Cette fonction est max lorsque le dénominateur est min pour <math>\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}</math></p> <p>Et dans ce cas le gain tend vers l'infini. Donc possibilité d'avoir un gain <math>G &gt; 1</math></p>   | <b>1</b>   |

|  |                                       |          |
|--|---------------------------------------|----------|
| <b>Exercice 3: Moteur</b>  |                                       | <b>5</b> |
| <b>1</b>   |                                       |          |
| <p>Impédance du moteur <math>\underline{Z} = r + jL\omega</math> avec <math>\omega = 2\pi f</math></p> <p>Alimentation <math>e(t) = E \cdot e^{j\omega t}</math></p> <p><math> i(t)  = I = \frac{E}{ \underline{Z} } = \frac{E}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} \quad I_{eff} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{E}{\sqrt{2}\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}}</math></p> <p><math>P = rI_{eff}^2 \quad \text{d'où } P = \frac{r}{2} \frac{E^2}{r^2 + L^2\omega^2}</math></p>               | <p><b>1 pt</b></p> <p><b>1 pt</b></p> |          |
| <b>2</b>   |                                       |          |
| <p>Impédance du moteur avec condensateur: <math>\underline{Z} = r + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)</math></p> $I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ <p>On maximise la puissance en mettant en phase la tension et l'intensité</p> <p>C.a.d. <math>L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0</math> d'où <math>C = \frac{1}{L\omega^2}</math> avec <math>\omega = 2\pi f</math></p> <p>P devient <math>P = \frac{E^2}{2r}</math></p> | <p><b>1,5</b></p> <p><b>1,5</b></p>   |          |