Corrigé et barème de l'IE de physique du 6 mars 2015

1 Mouvement en coordonnées polaires — 7 pts (+ 0,5 bonus)

1	Au point P : $\vec{e_r}$ suivant $-\vec{e_y}$, $\vec{e_\theta}$ suivant $\vec{e_x}$, $\vec{N}$ normal à la trajectoire vers l'intérieur, $\vec{T}$ tangent à la trajectoire vers la droite.	$4 \times 0,25$
2.a	$\overrightarrow{OM} = r\vec{e_r} = Ae^{k\omega t}\vec{e_r}$ $v = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta} = k\omega Ae^{k\omega t}\vec{e_r} + A\omega e^{k\omega t}\vec{e_\theta} = A\omega e^{k\omega t}(k\vec{e_r} + \vec{e_\theta})$ $\\|\vec{v}\\| = A\omega e^{k\omega t}\sqrt{1+k^2}$ $dim(A) = L$, $dim(\omega) = T^{-1}$, $dim(k) = 1$, $dim(e^{k\omega t}) = 1$, donc $dim(\\|\vec{v}\\|) = LT^{-1}$ cohérent	0,75 0,25 0,5
2.b	$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = kA\omega^2 e^{k\omega t}(k\vec{e_r} + \vec{e_\theta}) + A\omega e^{k\omega t}(k\omega\vec{e_\theta} - \omega\vec{e_r}) = A\omega^2 e^{k\omega t}[(k^2-1)\vec{e_r} + 2k\vec{e_\theta}]$ $\\|\vec{a}\\| = A\omega^2 e^{k\omega t}\sqrt{(k^2-1)^2 + (2k)^2}$ $dim(k) = 1$, $dim(A) = L$, $dim(\omega^2) = T^{-2}$, donc $dim(\\|\vec{a}\\|) = LT^{-2}$ cohérent	1 0,25 0,25
2.c	$\vec{v} = \\|\vec{v}\\|\vec{T} = A\omega e^{k\omega t}\sqrt{1+k^2}\,\vec{T}$, d'où $\vec{T} = \frac{\vec{v}}{\\|\vec{v}\\|} = \frac{k\vec{e_r}+\vec{e_\theta}}{\sqrt{k^2+1}}$	0,5
2.d	$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\\|\vec{v}\\|}{\mathrm{d}t}\vec{T} + \frac{\\|\vec{v}\\|^2}{R_c}\vec{N} = kA\omega^2 e^{k\omega t}\sqrt{k^2+1}\,\vec{T} + \frac{(A\omega)^2 e^{2k\omega t}(k^2+1)}{R_c}\vec{N}$	1
2.e	À $t = 0$, $\theta = 0$, on peut ainsi déterminer A à partir de l'intersection de la courbe avec l'axe des x : on obtient $r = A = 1$ cm. On peut trouver k en regardant l'intersection de la courbe avec l'axe des y : par exemple au point P on a $\theta = \frac{3\pi}{2}$, donc $r = Ae^{k\frac{3\pi}{2}}$. On lit sur le graphique $r \simeq 2{,}5$ cm, du coup $k = \frac{2}{3\pi}\ln(r/A) = \frac{2}{3\pi}\ln 2{,}5 \simeq 0{,}2$. On peut estimer le rayon de courbure en P en traçant l'arc de cercle tangent à la trajectoire en P (un tracé précis avec un compas n'est pas nécessaire). On trouve R_c de l'ordre de $2{,}5 \pm 0{,}5$ cm. L'incertitude n'est pas que l'incertitude sur la graduation de la règle (mettre -0.5 dans ce cas).	0,25 0,25 (Bonus +0,5) 0,5 0,5

2 Centrifugeuse — 7 pts

1	$\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{T}} + \vec{a}_{\mathrm{N}}$ $\vec{a}_{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\theta = R\dot{\omega}\vec{e}_\theta$ $\dot{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f}{t_f}$, d'où $\boxed{\vec{a}_{\mathrm{T}} = R\frac{\omega_f}{t_f}\vec{e}_\theta}$ $\vec{a}_{\mathrm{N}} = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r = -R\omega^2\vec{e}_r$ À $t = 2$ s, $\omega = \frac{\omega_f}{2}$, donc $\boxed{\vec{a}_{\mathrm{N}} = -R\frac{\omega_f^2}{4}\vec{e}_r}$ $\|\vec{a}\| = \sqrt{\|\vec{a}_{\mathrm{T}}\|^2 + \|\vec{a}_{\mathrm{N}}\|^2} = R\sqrt{\frac{\omega_f^2}{t_f^2} + \frac{\omega_f^4}{16}} = 5,5 \times 10^2$ m·s^{-2}	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 + 0,5
2	En régime permanent, $\omega =$ cste, $\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{N}}$, $\boxed{\|\vec{a}\| = R\omega^2}$ Donc $R\omega^2 = 10\,g \approx 100$ m·s^{-2} $\|\vec{a}\|$ étant proportionnelle à R, l'accélération du pilote est plus petite au niveau des genoux qu'au niveau du thorax ($\Delta R \approx 0{,}6$ m). Il faut que R soit assez grand pour qu'il subisse une accélération uniforme à 5% près, mais pas trop grand pour des raisons de coût. $R \approx 12$ m donne satisfaction ($\frac{\Delta R}{R} = 0{,}05$). On obtient alors $\omega = 2,9$ rad/s	1 0,5 0,5 1
3	$\|\vec{a}\| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f}{t_f}$; A.N. : $\|\vec{a}\| = 9,3$ m·s$^{-2} < g$	$0,5 + 0,5$

3 Nageur — 6 pts (+ 0,5 bonus)

1	$dim(N) = dim(force) = MLT^{-2}$ $dim(\eta) = dim(F)/dim(v) = MLT^{-2}/(LT^{-1}) = MT^{-1}$	$0,5 + 0,5$
2	Référentiel terrestre ; système : le nageur – Force de l'eau sur le nageur $= -\vec{N} = N\vec{e_x}$ (action-réaction) – Force de frottement $\vec{F}$ suivant $-\vec{e_x}$ – Poids $\vec{P}$ suivant $-\vec{e_y}$ et poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ suivant $\vec{e_y}$ Schéma complet	0,25 0,5 0,25 0,5 0,5
3	PFD : $m\vec{a} = m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F} = -\vec{N} - \eta\vec{v} + \vec{P} + \vec{\Pi}$	0,5
4	La poussée d'Archimède et le poids ont une direction verticale, leur projection sur (Ox) est nulle. Projection suivant x : $m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = N - \eta v$	0,5 0,5
5	$v(t) = Ce^{-\frac{\eta}{m}t} + \frac{N}{\eta}$ $v(t=0) = 0$ ce qui donne $C = -N/\eta$ et donc $v(t) = \frac{N}{\eta}(1 - e^{-\frac{\eta}{m}t})$ BONUS : vérifier l'homogénéité	0,5 0,5 Bonus 0,5
6	$v_\infty = v(t \to \infty) = \frac{N}{\eta}$	0,5