

Les parties A et B sont indépendantes. A : 15pts, B : 5pts.

Documents autorisés : formulaire 1 page + tableau des liaisons. Calculatrice non programmable autorisée.

Étude d'une grue portuaire

Les opérations de chargement et de déchargement de containers sur les navires cargos sont réalisées au moyen de grues portuaires. Il existe plusieurs types de grues portuaires (fixe, mobile, portique, etc...). La figure 1 présente la grue étudiée ici. Sa base (0) est montée sur des rails. Dans le cadre de cette étude, cette base sera considérée comme fixe. La grue peut soulever un container M de masse maximum $M=45t$, et a une portée maximum de 35 m égale à la distance AD. Le schéma cinématique de la grue (figure 1) n'est pas à l'échelle.

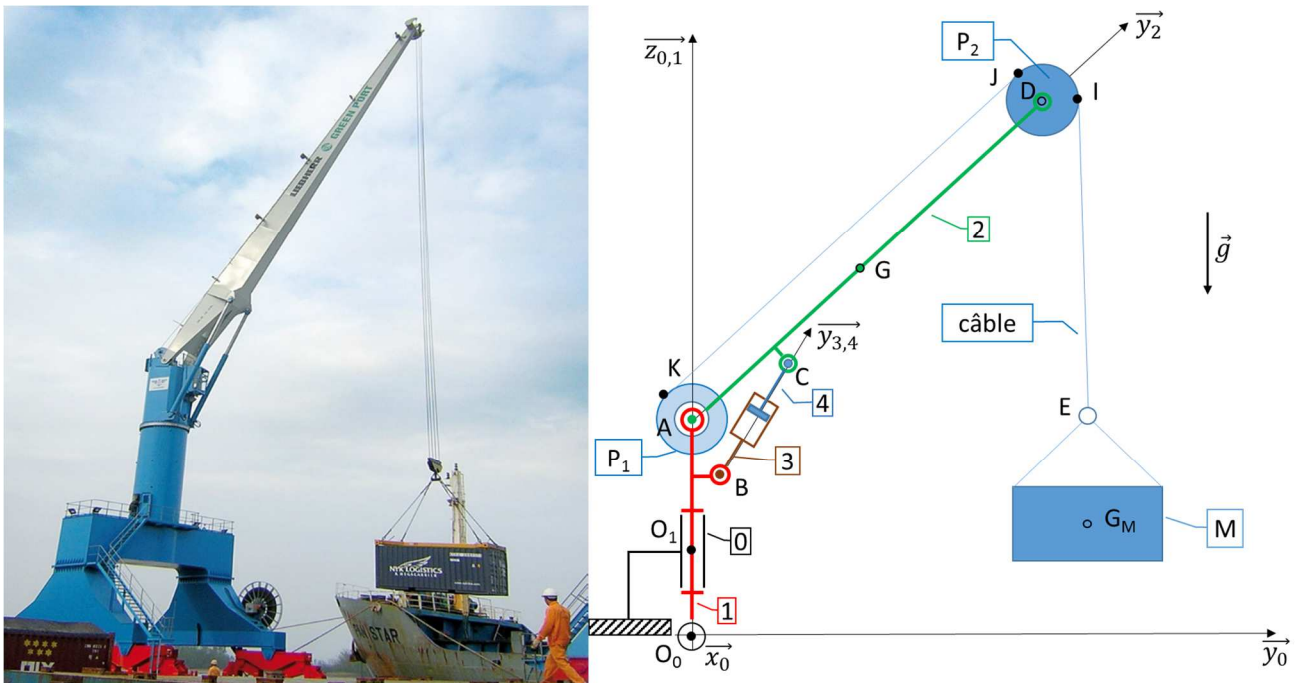


Figure 1 : Grue portuaire (source Liebherr) et schéma cinématique

La tourelle (1) est en liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{z}_{0,1})$ avec le bâti (0), le paramètre de mouvement associé est $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. La flèche (2), de masse m_2 , de centre de gravité G, est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_{1,2})$ avec la tourelle (1), le paramètre de mouvement associé est $\theta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. L'ensemble vérin hydraulique (3-4) est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_{1,3})$ avec la tourelle (1), le paramètre de mouvement associé est $\psi = (\vec{y}_1, \vec{y}_{3,4})$. Le piston (4) du vérin est en liaison glissière d'axe $(B, \vec{y}_{3,4})$ avec le corps (3) du vérin, le paramètre de mouvement est $\lambda = \vec{BC} \cdot \vec{y}_{3,4}$.

Le piston (4) est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{x}_{2,4})$ avec la flèche (2), cette liaison n'est pas paramétrée. Les poulies (P1) et (P2) sont en liaisons pivots respectivement d'axes $(A, \vec{x}_{1,2})$ avec la tourelle (1) et $(D, \vec{x}_{1,2})$ avec la flèche (2). La poulie P1 est entraînée en rotation par un moteur hydraulique.

Toutes les liaisons sont parfaites. Les poids des pièces (1), (3-4), (P1) et (P2), sont négligés.

Le paramétrage complet du système est donné Figure 3.

A. Etude statique

1. Equilibre du container

Le container transporté par la grue est représenté Figure 2. Il est suspendu et immobile. Les câbles C_1 , C_2 , C_3 et C_4 sont tendus, de poids négligeables et ont même longueur. Le système est symétrique et de fait, les forces de tension des câbles sont égales en norme à F . Traduire l'équilibre statique et exprimer les forces de tension des câbles $\vec{F}_{C_i/M}$ ($i=1,2,3,4$) et $\vec{F}_{C/M}$ en fonction de la masse M du container, de g et des paramètres géométriques β et γ . La position du container est telle que les axes $(O_0, \vec{z}_{0,1})$ et (E_1, \vec{z}_M) sont parallèles.

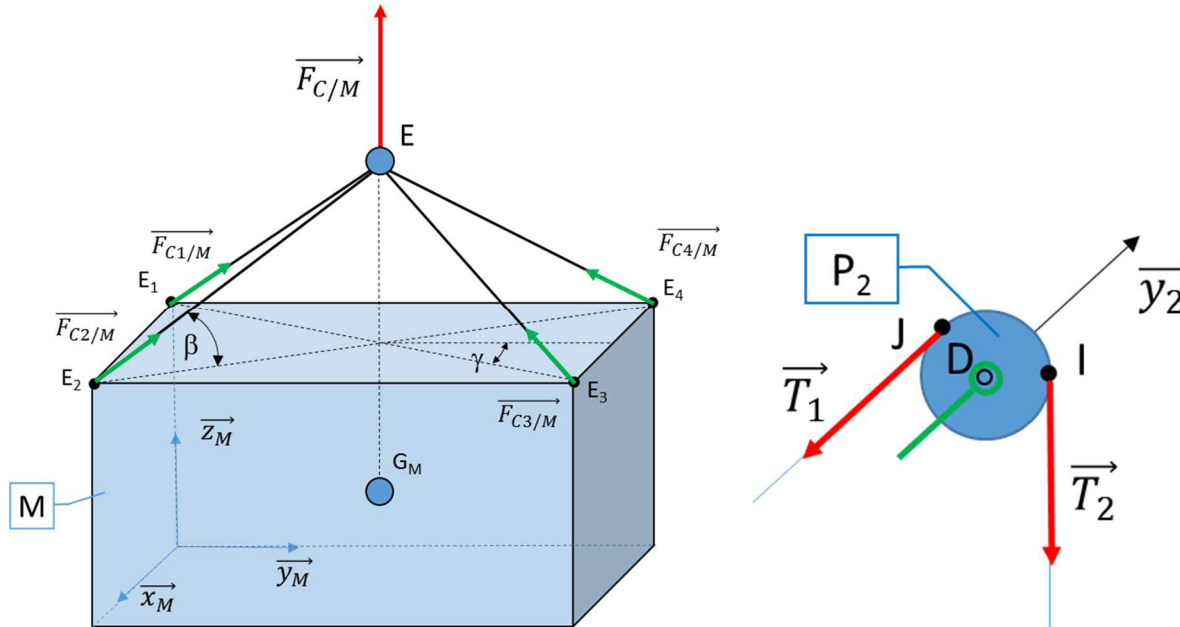


Figure 2 : Levage du container et actions du câble sur la poulie P_2

2. Equilibre de la poulie P_2 , le problème est considéré comme plan $(O_0, \vec{y}_1, \vec{z}_{0,1})$, $\alpha = 0$.

- Déterminer le torseur d'action résultant des actions $\vec{T}_1 = -T_1 \vec{y}_2$ et $\vec{T}_2 = -T_2 \vec{z}_0$ des deux brins de câble sur la poulie P_2 , en D (Figure 2).
- A partir de l'équilibre de la poulie P_2 , déterminer la relation entre \vec{T}_1 et \vec{T}_2 , exprimer ces deux efforts en fonction de M et g .
- Déduire le torseur d'action de la flèche (2) sur la poulie P_2 en D.

3. Equilibre de la flèche (2)

- Faire le bilan des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur la flèche (2). On notera V la norme $\|\vec{F}_{4/2}\|$ de l'action de (4) sur (2). On exprimera $\vec{F}_{4/2}$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_{0,1})$, en fonction de V et ψ .
- Traduire l'équilibre statique de la flèche et déterminer les torseurs des actions des liaisons (1-2) et (4-2) en fonction des masses M et m_2 ainsi que des paramètres géométriques du système.

4. Statique graphique

Travail à réaliser sur la figure 4. Les efforts du câble \vec{T}_1 et \vec{T}_2 sont donnés. **Pour cette partie, le poids de la flèche (2) est négligé.**

- Déterminer la force résultante de l'action du câble sur la poulie, en déduire $\vec{F}_{P_2/2}$
- Déterminer $\vec{F}_{1/2}$, $\vec{F}_{4/2}$. Justifier les constructions graphiques. Donner la valeur numérique de $\|\vec{F}_{4/2}\|$ pour $M=45t$.

B. Etude cinématique du système {S1 U S2 U S3 U S4}.

1. Graphe des liaisons et figures de changement de bases. On ne considèrera pas les poulies P_1 et P_2 .

2. Equation de liaison - mobilité

- Traduire la condition imposée par la liaison pivot en C.
- Développer l'(les) équation(s) de liaison.
- Calculer le degré de mobilité du système.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_0O_1} &= h\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{O_1A} &= k\overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{O_1B} &= a\overrightarrow{y_1} + b\overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{AC} &= c\overrightarrow{y_2} - e\overrightarrow{z_2} \\ \overrightarrow{AG} &= l/2\overrightarrow{y_2} \\ \overrightarrow{AD} &= l\overrightarrow{y_2} \\ \overrightarrow{DI} &= r\overrightarrow{y_1} \\ \overrightarrow{O_0E} &= y\overrightarrow{y_1} + z\overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{KJ} &= l\overrightarrow{y_2} \end{aligned}$$

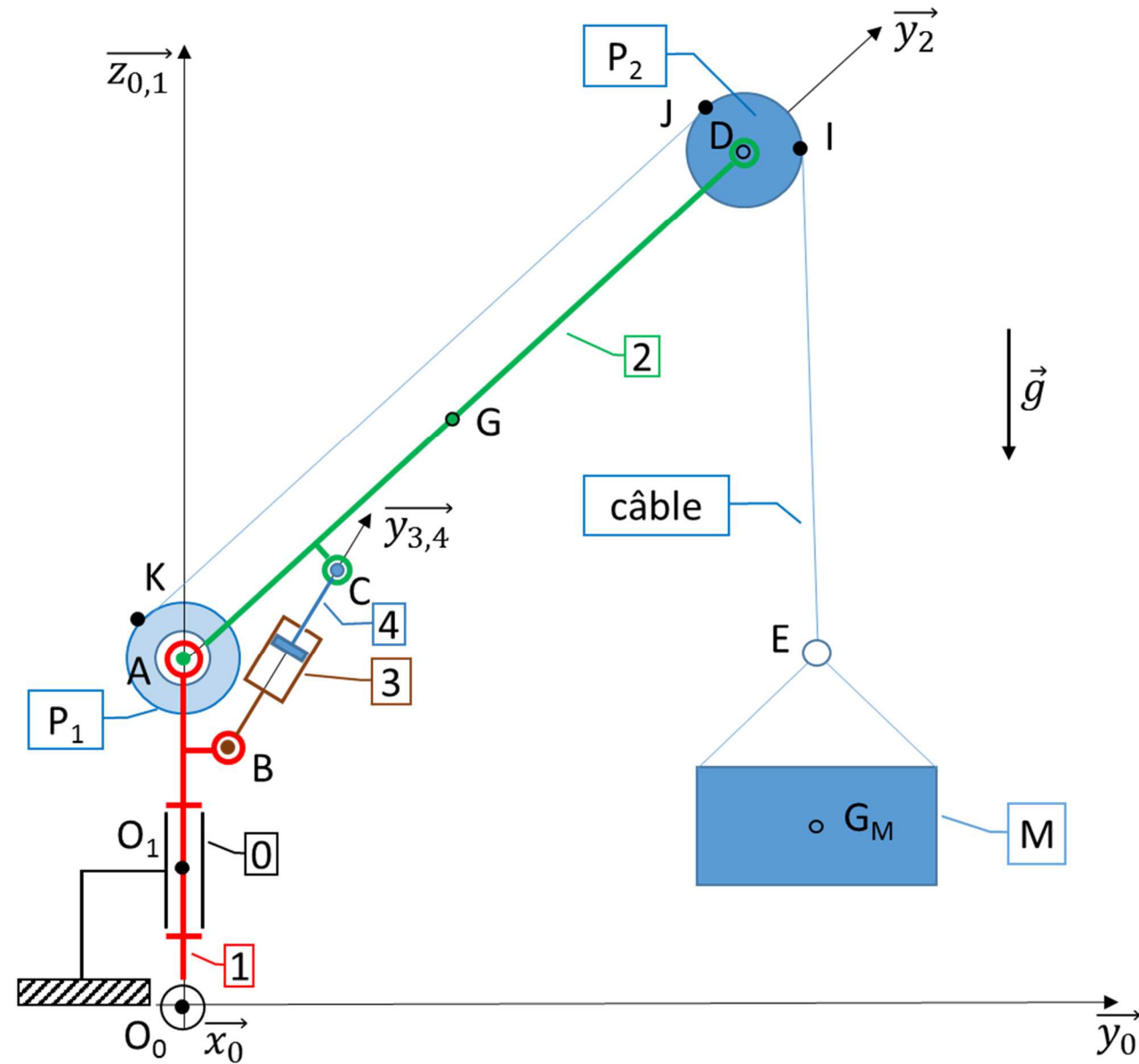


Figure 3 : Schéma cinématique et paramétrage de la grue

