INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

Mécanique Générale - Interrogation n° 3

mercredi 24 janvier 2018

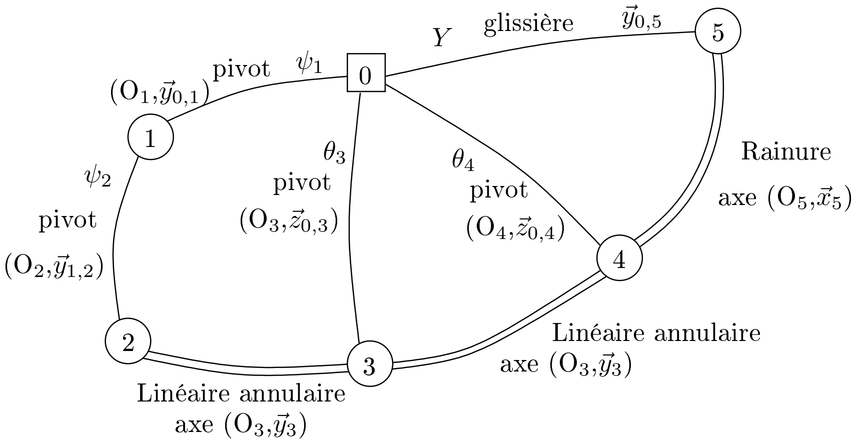
Sont autorisés : Formulaire (2 pages environ + 1 feuille des liaisons)
Calculatrice non programmable

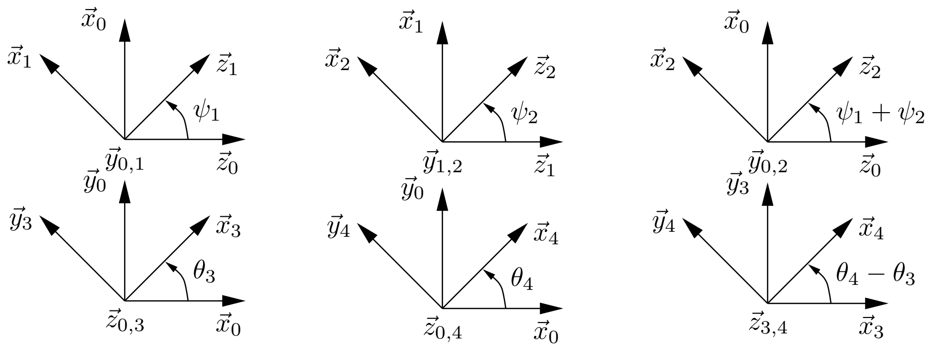
Étude d'une commande externe de boîte de vitesses

1. Étude fonctionnelle du mécanisme

Réponses :

1.1.





1.2.

Liaison 2/3 : $B_2 \in (O_3,\vec{y}_3) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{O_3B_2}\cdot\vec{x}_3=0\\ \overrightarrow{O_3B_2}\cdot\vec{z}_3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{ll}\tan\theta_3=\frac{-d-b\sin\psi_1+c\cos(\psi_1+\psi_2)}{e} & (1)\\ a-b\cos\psi_1-c\sin(\psi_1+\psi_2)=0 & (2)\end{array}\right.$

Liaison 3/4 : $C_4 \in (O_3,\vec{y}_3) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{O_3C_4}\cdot\vec{x}_3=0\\ \overrightarrow{O_3C_4}\cdot\vec{z}_3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}f\sin\theta_3+g\sin(\theta_4-\theta_3)=0\\ \text{toujours vrai}\end{array}\right.$

Liaison 4/5 : $D_4 \in (O_5,\vec{x}_{0,5}) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{O_5D_4}\cdot\vec{y}_0=0\\ \overrightarrow{O_5D_4}\cdot\vec{z}_0=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}Y=e+f+h\sin\theta_4\\ \text{toujours vrai}\end{array}\right.$

Seule l'équation (2) était à donner impérativement.

1.3. k = 5 - 4 = 1 : l'entrée est l'action du conducteur sur le levier de vitesses et la sortie est le déplacement de la fourchette pour la sélection du rapport.

2. Étude analytique du mouvement de S_2 par rapport à S_0

Réponses :

2.1. $\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\}_{(O_2)} : \left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}(2/0)=(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\vec{y}_0\\ \vec{V}(O_2,2/0)=-b\dot{\psi}_1\vec{x}_1\end{array}\right.$

2.2. Le point B_2 appartient aux deux plans du mécanisme $(O,\vec{x}_0,\vec{z}_0)$ (pour l'ensemble S_1 et S_2) et $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0)$ (pour l'ensemble S_3, S_4 et S_5) donc sa trajectoire est à l'intersection de ces deux plans : c'est un segment de droite suivant l'axe $(O,\vec{x}_0)$.

2.3. $\vec{V}(B_2/0) = -b\dot{\psi}_1\vec{x}_1 - c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\vec{z}_2$
$\vec{A}(B_2/0) = -b\ddot{\psi}_1\vec{x}_1 + b\dot{\psi}_1^2\vec{z}_1 - c(\ddot{\psi}_1+\ddot{\psi}_2)\vec{z}_2 - c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)^2\vec{x}_2$
En projetant dans R_0 :

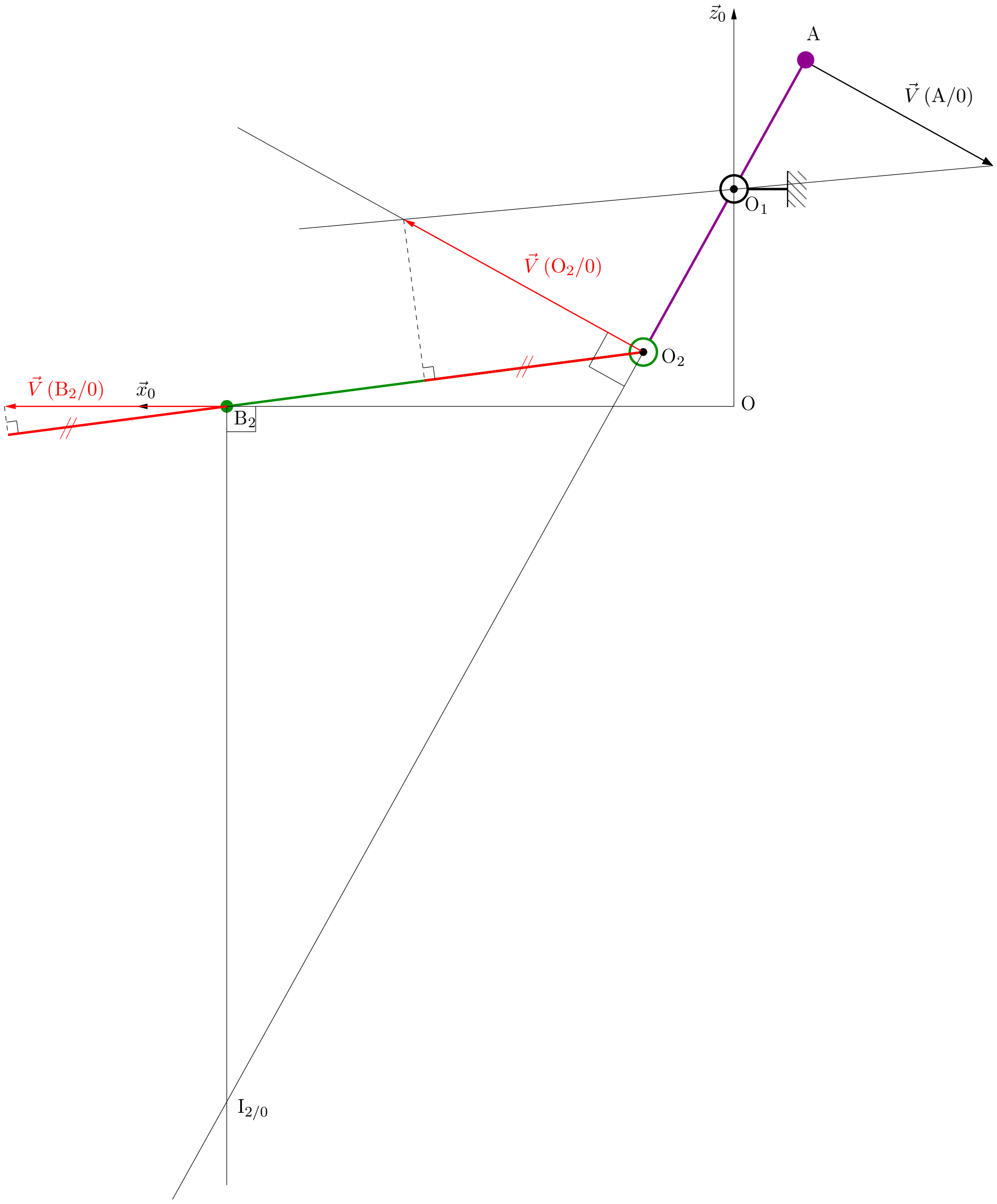
$$\begin{aligned}\vec{V}(B_2/0) &= \left[-b\dot{\psi}_1\cos\psi_1 - c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\sin(\psi_1+\psi_2)\right]\vec{x}_0 + \left[b\dot{\psi}_1\sin\psi_1 - c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\cos(\psi_1+\psi_2)\right]\vec{z}_0\\ &= \left[-b\dot{\psi}_1\cos\psi_1 - c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\sin(\psi_1+\psi_2)\right]\vec{x}_0\end{aligned}$$

car la dérivée par rapport au temps de l'équation de liaison (2) annule la composante suivant $\vec{z}_0$. La vitesse est bien tangente à la trajectoire. Il en est de même de l'accélération ici car cette trajectoire est rectiligne.

2.4. La dérivée par rapport au temps de l'équation de liaison (2) permet d'écrire :
$b\dot{\psi}_1\sin\psi_1 - c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\cos(\psi_1+\psi_2) = 0 \Leftrightarrow c(\dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2)\cos\psi_2 = 0$ pour $\psi_1 = 0 \Rightarrow \dot{\psi}_1+\dot{\psi}_2 = 0$ car $\psi_2 \neq \frac{\pi}{2}$.
D'où $\vec{V}(B_2/0) = -b\dot{\psi}_1\vec{x}_1 = \vec{V}(O_2/0)$ pour $\psi_1 = 0$.

3. Étude graphique de la commande

Mouvement de S_2 par rapport à S_0



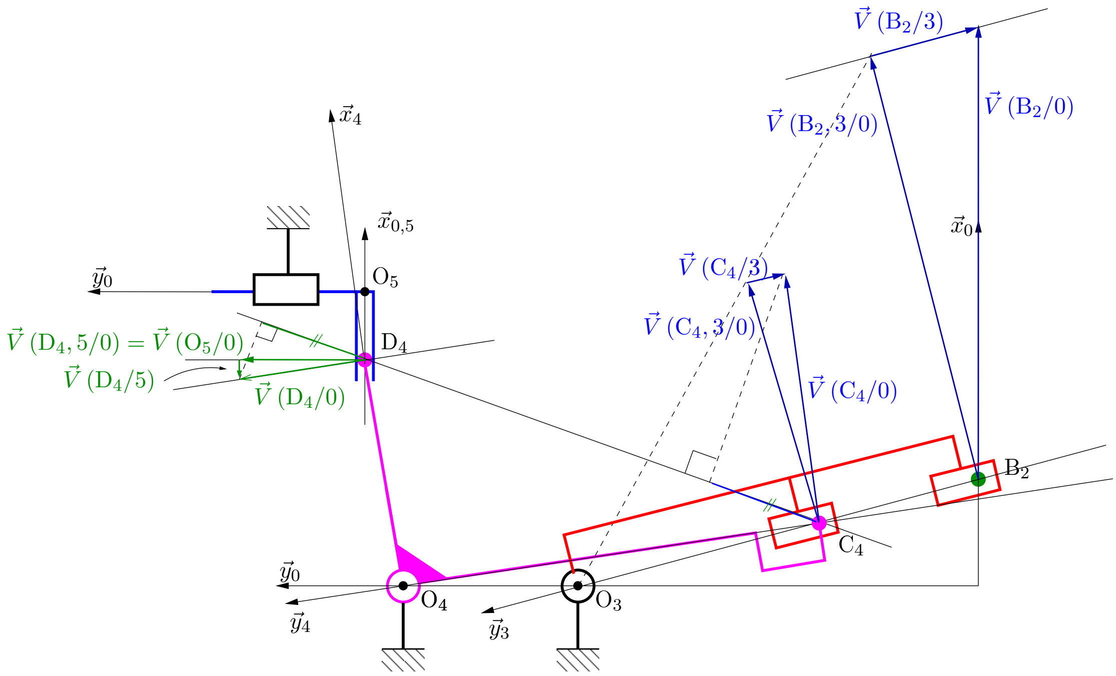
Réponses :

3.1. O_2 est lié à S_1. Ce dernier a un mouvement de rotation d'axe $(O_1,\vec{y}_{0,1})$ par rapport à S_0 donc $\vec{V}(O_2/0) \perp (O_1O_2)$. La répartition du champ de vitesse autour de O_1 permet d'entièrement déterminer cette vitesse à partir de celle de A.
$\vec{V}(B_2/0) // (O,\vec{x}_0)$ (*cf.* question 2.2). O_2 et B_2 sont liés au même solide S_2. Par equiprojectivité, $\vec{V}(B_2/0) \cdot \overrightarrow{O_2B_2} = \vec{V}(O_2/0) \cdot \overrightarrow{O_2B_2}$ ce qui permet d'entièrement déterminer la vitesse du point B_2.

3.2. Les vitesses ne sont pas nulles, ce n'est pas un mouvement de repos. Le mouvement est plan, ce n'est pas un mouvement hélicoïdal. Les vitesses des points O_2 et B_2 sont différentes, ce n'est pas une translation. Le mouvement linéaire tangent est une rotation.
La répartition du champ de vitesse dans un mouvement de rotation est telle que $(I_{2/0}O_2) \perp \vec{V}(O_2/0)$ et $(I_{2/0}B_2) \perp \vec{V}(B_2/0)$ d'où le point $I_{2/0}$.

3.3. Le point est rejeté à l'infini dans la direction de $\vec{z}_0$. Dans ce cas, $\vec{V}(B_2/0) = \vec{V}(O_2/0)$ et on peut montrer que le champ de vitesse est uniforme avec un vecteur rotation instantanée nul. Le mouvement linéaire tangent devient dans cette position un mouvement de translation. On peut donc voir cette translation comme le cas limite d'une rotation où l'axe de viration est rejeté à l'infini.

Mouvement de S_3 par rapport à S_0



Réponses :

3.4. $\vec{V}(B_2/0) = \vec{V}(B_2/3) + \vec{V}(B_2,3/0)$.
$\vec{V}(B_2/0)$ est connue des questions précédentes.
B_2 est astreint à rester sur l'axe $(O_3,\vec{y}_3)$ (liaison linéaire annulaire) donc $\vec{V}(B_2/3) // \vec{y}_3$.
Le mouvement de S_3/S_0 est une rotation d'axe $(O_3,\vec{z}_0)$ (liaison pivot) donc $\vec{V}(B_2,3/0) \perp (O_3B_2)$.
Le triangle des vitesses détermine ensuite entièrement $\vec{V}(B_2,3/0)$.

3.5. Pour la même raison que précédemment, $\vec{V}(C_4,3/0) \perp (O_3C_4)$. La répartition du champ de vitesse autour de O_3 permet d'entièrement déterminer $\vec{V}(C_4,3/0)$.

Mouvement de S_4 par rapport à S_0

Non demandé dans l'interrogation.

$\vec{V}(C_4/0)$: D'après la composition des vitesses : $\vec{V}(C_4/0) = \vec{V}(C_4/3) + \vec{V}(C_4,3/0)$.
Le mouvement de S_4/S_0 est une rotation d'axe $(O_4,\vec{z}_0)$ (liaison pivot) donc $\vec{V}(C_4/0) \perp (O_4C_4)$.
C_4 est astreint à rester sur l'axe $(O_3,\vec{y}_3)$ (liaison linéaire annulaire) donc $\vec{V}(C_4/3) // \vec{y}_3$.
$\vec{V}(C_4,3/0)$ est connue de la question précédente.
Le triangle des vitesses détermine ensuite entièrement $\vec{V}(C_4/0)$.

$\vec{V}(\mathrm{D}_4/0)$ **:** Pour les mêmes raisons que précédemment, $\vec{V}(\mathrm{D}_4/0) \perp (\mathrm{O}_4\mathrm{D}_4)$. L'équiprojectivité ($\vec{V}(\mathrm{C}_4/0) \cdot \overrightarrow{\mathrm{C}_4\mathrm{D}_4} = \vec{V}(\mathrm{D}_4/0) \cdot \overrightarrow{\mathrm{C}_4\mathrm{D}_4}$) ou la répartition du champ de vitesse autour de O_4 permet d'entièrement déterminer $\vec{V}(\mathrm{D}_4/0)$.

Mouvement de S_5 par rapport à S_0

Réponses :

3.6. D'après la composition des vitesses : $\vec{V}(\mathrm{D}_4/0) = \vec{V}(\mathrm{D}_4/5) + \vec{V}(\mathrm{D}_4, 5/0)$.
$\vec{V}(\mathrm{D}_4/0)$ est connue de la question précédente.
D_4 est astreint à rester sur l'axe $(\mathrm{O}_5,\vec{x}_5)$ (rainure) donc $\vec{V}(\mathrm{D}_4/5) // \vec{x}_5$.
Le mouvement de $\mathrm{S}_5/\mathrm{S}_0$ est une translation rectiligne d'axe $\vec{y}_0$ (liaison glissière) donc $\vec{V}(\mathrm{D}_4, 5/0) // \vec{y}_0$.
Le triangle des vitesses détermine ensuite entièrement $\vec{V}(\mathrm{D}_4, 5/0)$.

3.7. Le mouvement de $\mathrm{S}_5/\mathrm{S}_0$ est une translation donc le champ de vitesse est uniforme et $\vec{V}(\mathrm{O}_5/0) = \vec{V}(\mathrm{D}_4, 5/0)$.

4. Liaison $\mathrm{S}_4/\mathrm{S}_5$

Réponses :

4.1. $\vec{V}(\mathrm{D}_4/5) = \left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{O}_5\mathrm{D}_4}}{\mathrm{d}t}\right)_5 = -h\sin\theta_4\dot{\theta}_4\vec{x}_{0,5}$

$$\begin{aligned}\vec{V}(\mathrm{J}, 6/5) &= \vec{V}(\mathrm{D}_4/5) + \vec{\Omega}(6/5) \wedge \overrightarrow{\mathrm{D}_4\mathrm{J}} \\ &= -h\sin\theta_4\dot{\theta}_4\vec{x}_{0,5} + (\dot{\theta}_6 + \dot{\theta}_4)\vec{z}_{0,5} \wedge r\vec{y}_{0,5} \\ &= \left[-h\sin\theta_4\dot{\theta}_4 - r(\dot{\theta}_6 + \dot{\theta}_4)\right]\vec{x}_{0,5} \quad \text{dans le plan tangent.}\end{aligned}$$

4.2. $\vec{V}(\mathrm{J}, 6/5) = \vec{0}$, J n'est lié à aucun solide.

D'où $-h\sin\theta_4\dot{\theta}_4 - r(\dot{\theta}_6 + \dot{\theta}_4) = 0$.

4.3. $\vec{\Omega}(6/5) = (\dot{\theta}_6 + \dot{\theta}_4)\vec{z}_{0,5}$ donc $\vec{R}(\mathrm{J}, 6/5) = (\dot{\theta}_6 + \dot{\theta}_4)\vec{z}_{0,5}$ et $\vec{P}(\mathrm{J}, 6/5) = \vec{0}$.

4.4. Non glissement en J donc l'axe de viration du mouvement de $\mathrm{S}_6/\mathrm{S}_5$ passe par J. Le mouvement de S_6 par rapport à S_5 est plan de normale $\vec{z}_{0,5}$ qui est donc la direction de $\vec{\Omega}(6/5)$. L'axe de viration, colinéaire à ce dernier, est $(\mathrm{J},\vec{z}_{0,5})$.