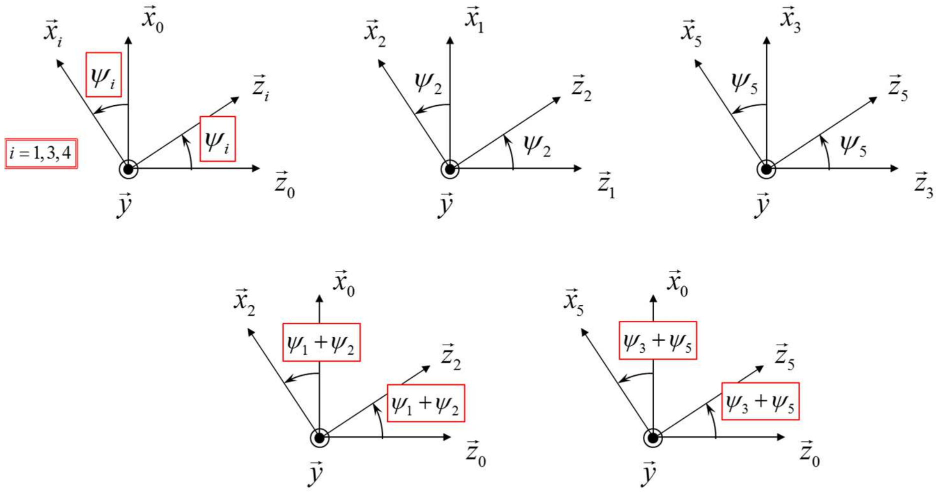
INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

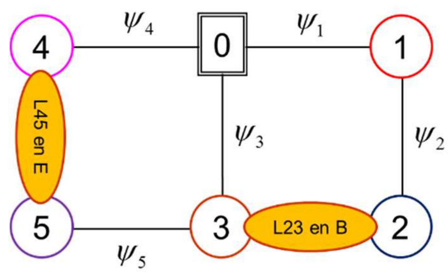
1er cycle – 2ième année – durée 1h
Lundi 18 décembre 2017

BATTEUR A HOULE - corrigé

Partie I : Repérage / paramétrage – Equations de liaison - Mobilité

I.1 – I.2 Figures de changement de base et graphe des liaisons.





I.3 - Equations de liaison traduisant la fermeture de chaîne réalisée par la liaison 2/3 en B.

La liaison impose : $\overrightarrow{B_2B_3}=\overrightarrow{B_2A}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB_3}=\ell_2\,\vec{z}_2-e\,\vec{z}_1+x_C\,\vec{x}_0+z_C\,\vec{z}_0+c\,\vec{x}_3=\vec{0}$

Soit :
$$\begin{cases} x_C+\ell_2\sin(\psi_1+\psi_2)-e\sin\psi_1+c\cos\psi_3=0 \\ z_C+\ell_2\cos(\psi_1+\psi_2)-e\cos\psi_1-c\sin\psi_3=0 \end{cases}$$

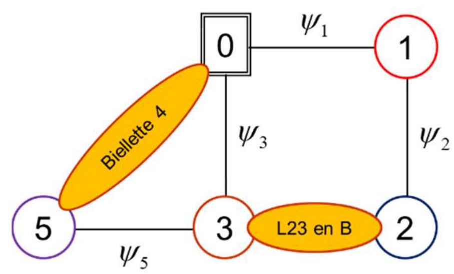
Les équations de liaison associées à la fermeture de chaîne réalisée par la liaison 4/5 en E s'écrivent :
$$\begin{aligned} &x_F-x_C-\ell_4\sin\psi_4-a\cos(\psi_5+\psi_3)+c\sin\psi_3=0 \\ &z_F-z_C-\ell_4\cos\psi_4+a\sin(\psi_5+\psi_3)+c\cos\psi_3=0 \end{aligned}$$

I.4 - Mobilité du mécanisme : $m=5-4=1$ 5 paramètres et 4 équations de liaison

Rq : ou en 2D : m=(3*nb_solides)–somme_des_degrés_de_ liaison $\Rightarrow$ m=3*5-(7*2)=1

I.5 - Dans l'hypothèse où la biellette S_4 n'ait pas été paramétrée :

Graphe des liaisons (ci-contre) :



Condition de fermeture sur la biellette de longueur ℓ_4 : $\left\|\overrightarrow{EF}\right\|=\ell_4$ ou $\overrightarrow{EF}^2=\ell_4^2$

Mobilité inchangée mais 3 équations de liaison et 4 paramètres : $m=4-3=1$

(ou même Rq qu'en I.4)

Partie II : Cinématique

II.1 - mouvement 1/0, nature et donner son torseur cinématique en A

Le mouvement 1/0 est un mouvement de rotation d'axe $(O,\vec{y})$ car la liaison 1/0 en O est une pivot d'axe $(O,\vec{y})$. Son torseur cinématique en A est donné par :

$$\boxed{\{V_{1/0}\}=\begin{cases}\vec{\Omega}(1/0)=\dot{\psi}_1\,\vec{y}\\ \vec{V}(A/0)=\overrightarrow{AO}\wedge\vec{\Omega}(1/0)=e\,\dot{\psi}_1\,\vec{x}_1\end{cases}}$$

II.2 - Accélération $\vec{A}(A/0)$:

Le mouvement du point A / 0 est un mouvement circulaire et son accélération est directement donnée par :

$$\boxed{\vec{A}(A/0)=e\,\ddot{\psi}_1\,\vec{x}_1-e\,\dot{\psi}_1^2\,\vec{z}_1}$$

II.3 - Vitesse et accélération $\vec{V}(N/0)$ et $\vec{A}(N/0)$ sachant que $\vec{V}(D/0)=-c\,\dot{\psi}_3\,\vec{x}_3$:

D et N sont des points du solide 5, il vient dont directement :

$$\vec{V}(N/0)=\vec{V}(D/0)+\overrightarrow{ND}\wedge\vec{\Omega}(5/0)=-c\,\dot{\psi}_3\,\vec{x}_3-d\,\vec{x}_5\wedge\left(\dot{\psi}_3+\dot{\psi}_5\right)\vec{y}$$

Soit : $$\boxed{\vec{V}(N/0)=-c\,\dot{\psi}_3\,\vec{x}_3-d\left(\dot{\psi}_3+\dot{\psi}_5\right)\vec{z}_5}$$

Et par dérivation : $$\boxed{\vec{A}(N/0)=-c\,\ddot{\psi}_3\,\vec{x}_3+c\,\dot{\psi}_3^2\,\vec{z}_3-d\left(\ddot{\psi}_3+\ddot{\psi}_5\right)\vec{z}_5-d\left(\dot{\psi}_3+\dot{\psi}_5\right)^2\vec{x}_5}$$

II.4 - Expression de $\vec{V}(N/0)$ lorsque $\psi_3+\psi_5\approx cste\approx 0$ et ψ_3 petit ($\cos\psi_3\approx 1$, $\sin\psi_3\approx\psi_3$) :

En introduisant ces conditions dans l'expression obtenue précédemment, il vient :

$$\boxed{\vec{V}(N/0)=-c\,\dot{\psi}_3\left(\vec{x}_0-\psi_3\,\vec{z}_0\right)}$$

II.5 - Nature du mouvement 5/0 si, de plus, $\dot{\psi}_3\,\psi_3<<\dot{\psi}_3$ et intérêt pour le fonctionnement du mécanisme.

L'expression de la vitesse devient alors : $\boxed{\vec{V}(N/0)=-c\,\dot{\psi}_3\,\vec{x}_0}$

Le vecteur rotation $\vec{\Omega}(5/0)$ étant considéré comme nul ($\psi_3+\psi_5\approx 0$), **le mouvement 5/0 est un mouvement de translation d'axe horizontal** $\vec{x}_0$. Le mécanisme permet alors **d'imposer une vitesse uniforme et perpendiculaire à l'action du poids du fluide, à toute la colonne d'eau** en contact avec le volet.