



**Le schéma cinématique de la figure 1 comporte les solides rigides suivants :**

- $S_0$  est le châssis du piano, auquel est lié le repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- $S_1$  est la pédale douce, sur laquelle le pied du pianiste appuie au point P ; le repère  $R_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est lié à  $S_1$  ; on définit  $\vec{O_1O} = \ell \vec{x}_0$  et  $\vec{AO_1} = a \vec{y}_1$  ( $\ell$  et  $a$  constantes positives) ;
- $S_2$  est la prolonge de pédale, à laquelle est lié le repère  $R_2 = (O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  ; on a  $\vec{O_2O} = a \vec{y}_0$  ;
- $S_3$  est la tige de pédale, à laquelle est liée la base  $(\vec{x}_{3,0}, \vec{y}_{3,0}, \vec{z}_{3,0})$  ; on définit  $\vec{O_2O'} = d \vec{x}_0$  et  $\vec{BC} = b \vec{z}_3$  ( $d$  et  $b$  constantes positives) ;
- $S_4$  est la barre de repos, solidaire du marteau dans le mouvement étudié, M étant le point qui frappera ultérieurement la corde ; le repère  $R_4 = (O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  est lié à  $S_4$  ; on définit  $\vec{O'O_4} = b \vec{z}_0 + c \vec{y}_0$  ( $b$  et  $c$  constantes positives).

**Liaisons paramétrées :**

- $S_1$  est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{x}_{0,1}) = (O_1, \vec{x}_{0,1})$  avec  $S_0$  ; le paramètre du mouvement de  $R_1$  par rapport à  $R_0$  est  $\psi = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  ;
- $S_2$  est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{y}_{0,2}) = (O_2, \vec{y}_{0,2})$  avec  $S_0$  ; le paramètre du mouvement de  $R_2$  par rapport à  $R_0$  est  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$  ;
- $S_3$  est en liaison glissière de direction  $\vec{z}_{0,3}$  avec  $S_0$  ; le paramètre du mouvement de  $R_3$  par rapport à  $R_0$  est  $z = \vec{O'C} \cdot \vec{z}_{0,3}$  ;
- $S_4$  est en liaison pivot d'axe  $(O_4, \vec{x}_{0,4})$  avec  $S_0$  ; le paramètre du mouvement de  $R_4$  par rapport à  $R_0$  est  $\beta = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$ .

**Liaisons non paramétrées :**

- $S_1$  est en liaison ponctuelle avec  $S_2$  au point A (fixe dans  $S_1$ ), la liaison est de normale  $\vec{z}_2$  ;
- $S_3$  est en liaison ponctuelle avec  $S_2$  au point B (fixe dans  $S_3$ ), la liaison est de normale  $\vec{z}_2$  ;
- $S_3$  est en liaison ponctuelle avec  $S_4$  au point C (fixe dans  $S_3$ ), la liaison est de normale  $\vec{z}_4$ .

**Questions :**

- 1) Etablir le graphe des liaisons de ce mécanisme.

Tracer les figures de changement de base.

- 2) Donner les conditions de liaison.

Développer ces conditions de liaison et obtenir les équations de liaison entre paramètres du mouvement, SAUF pour l'équation résultant du contact en C que l'on ne redémontrera pas :

$$\tan\beta = \frac{b-z}{c}.$$

Calculer le degré de mobilité.

- 3) Dédire des relations précédentes la relation entre l'angle d'entrée  $\psi$  et l'angle de sortie  $\beta$  :

$$\tan\beta = -\frac{ad}{c\ell} \sin\psi.$$

Donner le rapport  $\rho = \frac{\dot{\beta}}{\dot{\psi}}$  entre la vitesse angulaire de sortie  $\dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt}$  et la vitesse angulaire

d'entrée  $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ , en fonction du paramètre d'entrée  $\psi$  et des grandeurs géométriques constantes.

On mesure :  $a=6$  cm,  $c=3,6$  cm,  $d=45$  cm,  $\ell=25$  cm. Calculer la valeur numérique de  $\rho$  pour  $\psi=0$ .

- 4) Déterminer les expressions du pivotement et du roulement au point A, en fonction des paramètres du mouvement.

Déterminer l'expression de la vitesse de glissement au point A, en fonction des paramètres du mouvement et des grandeurs géométriques ; dans quel plan se situe-t-elle ? le vérifier.

Définir précisément le mouvement de  $S_1$  par rapport à  $R_0$  et la trajectoire du point A dans  $R_0$  ; que devient la trajectoire du point A dans  $R_2$  ? (on pourra esquisser la courbe).

- 5) Donner les expressions du pivotement et du roulement au point B, en fonction des paramètres du mouvement.

Définir précisément le mouvement de  $S_3$  par rapport à  $R_0$  et la trajectoire du point B dans  $R_0$  et dans  $R_2$ .

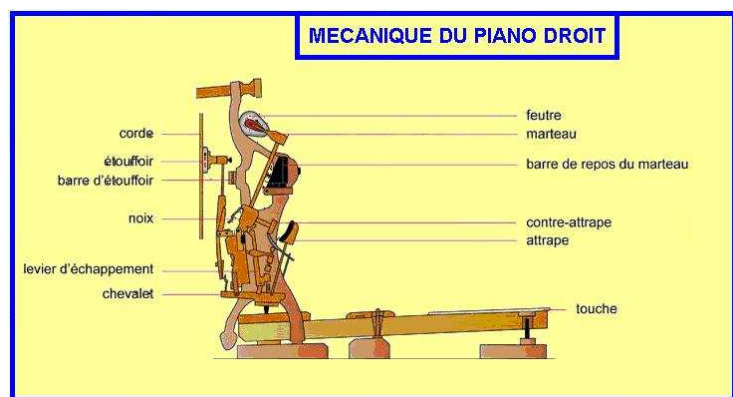
Soit  $\overrightarrow{O_2B} = x\overrightarrow{x_2}$  ; déterminer l'expression de  $x$ , et en déduire l'expression de la vitesse de glissement en B, en fonction des paramètres du mouvement et des grandeurs géométriques.

**2<sup>nde</sup> partie :**

**Effet du mouvement d'une touche du clavier sur le marteau associé**

L'objectif de cette partie est d'obtenir la vitesse de l'extrémité du marteau en fonction de la vitesse de l'extrémité de la touche du clavier.

*Le mouvement du marteau comporte en réalité trois phases mais seul sera étudié ici le mouvement initial, précédant la frappe de la corde. De même, le système d'étouffoir des cordes ne fait pas partie du modèle.*



[www.infovisual.info](http://www.infovisual.info)

Défini **figure 2**, le **schéma cinématique plan**, de normale  $\vec{x} = \vec{x}_0$ , comporte les solides rigides suivants :

- $S_0$  est le châssis du piano ;
- $S_7$  est la touche du clavier (sur laquelle agit le doigt du pianiste au point D), à laquelle est lié le repère  $R_7 = (O_7, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_7)$  tel que  $O_7$  est fixe dans le plan  $(\vec{y}_0, \vec{z}_0)$  de l'étude ; on définit  $\vec{O}_7\vec{H} = y_H \vec{y}_7 + z_H \vec{z}_7$  ( $y_H$  et  $z_H$  constantes positives) ;
- $S_6$  est le chevalet, auquel est lié le repère  $R_6 = (O_6, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  avec  $\vec{O}_7\vec{O}_6 = y_6 \vec{y}_0 + z_6 \vec{z}_0$  ( $y_6$  et  $z_6 = z_H$  constantes positives) ; on définit  $\vec{O}_6\vec{F} = -y_F \vec{y}_6 + z_F \vec{z}_6$  ( $y_F$  et  $z_F$  constantes positives) ;
- $S_4$  est le marteau, auquel est lié le repère  $R_4 = (O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  tel que  $\vec{O}_6\vec{O}_4 = z_4 \vec{z}_0$  ( $z_4$  constante positive) ; on définit  $\vec{O}_4\vec{E} = -y_E \vec{y}_4$  et  $\vec{E}\vec{M} = z_M \vec{z}_4$  ( $y_E$  et  $z_M$  constantes positives), M étant le point qui frappe la corde ;
- $S_5$  est le levier d'échappement, auquel est lié le repère  $R_5 = (E, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ , tel que  $\vec{F}\vec{E} = L\vec{z}_5$  (L constante positive).



**Questions :**

- 1) Etablir le graphe des liaisons de ce mécanisme.  
Tracer les figures de changement de base.
- 2) Donner les conditions de liaison.  
Développer ces conditions de liaison et obtenir les équations de liaison entre paramètres du mouvement, SAUF pour l'équation résultant du contact en H que l'on ne redémontrera pas :  

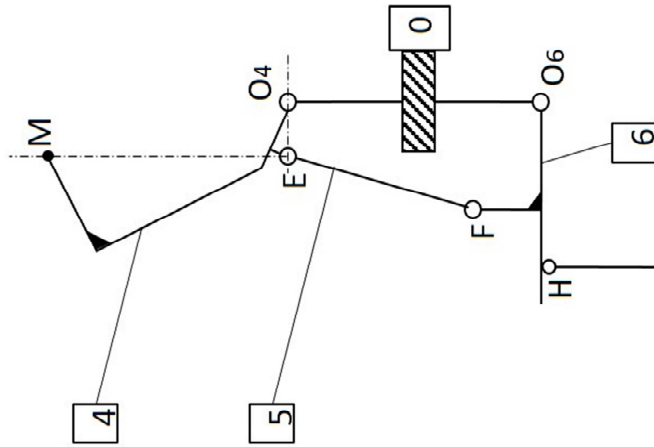
$$y_6 \sin \gamma - z_6 \cos \gamma - y_H \sin(\gamma - \varphi) + z_H \cos(\gamma - \varphi) = 0$$
 (on ne cherchera pas à résoudre ces équations).  
Calculer le degré de mobilité.
- 3) Déterminer :
  - la vitesse du point F par rapport à  $R_0$ , en s'appuyant obligatoirement sur les mouvements des solides  $S_5$  et  $S_4$ , de sorte à obtenir une expression en fonction des angles  $\delta$  et  $\eta$ , de leurs dérivées par rapport au temps et des grandeurs géométriques.
  - l'accélération du point F par rapport à  $R_0$ , en fonction des angles  $\delta$  et  $\eta$  également, de leurs dérivées par rapport au temps et des grandeurs géométriques.
- 4) Cinématique graphique :  
*Toutes les constructions suivantes, effectuées sur la feuille-réponse, doivent être justifiées sur la feuille de copie.*  
 Les **figures 3 et 4 (feuille-réponse)** présentent la configuration dans laquelle les angles  $\varphi, \gamma, \delta$  sont nuls (seul  $\eta$  n'est pas nul).
  - a. La vitesse du doigt (vitesse du point D par rapport à  $R_0$ ) est donnée sur la figure 3.  
Sur cette figure 3 :
    - tracer la vitesse du point H (fixe dans 7) par rapport à  $R_0$  ;
    - tracer la vitesse de glissement en H.
  - b. La figure 4 présente un agrandissement de la partie centrale du mécanisme ; la vitesse de H dans le mouvement 6/0 est donnée.  
Sur cette figure 4 :
    - tracer la vitesse du point F par rapport à  $R_0$  ;
    - quel est le mouvement linéairement tangent au mouvement 5/0 ? placer le Centre Instantané de Rotation (CIR)  $I_{50}$  du mouvement 5/0 ;
    - tracer la vitesse du point E par rapport à  $R_0$ .
  - c. Sur la figure 3 :
    - reporter la vitesse du point E par rapport à  $R_0$  obtenue précédemment ; on considère que les vitesses sont à l'échelle 1 sur la figure 3 et à l'échelle 1,5 sur la figure 4.
    - tracer la vitesse du point M (marteau) par rapport à  $R_0$ .
  - d. Grâce aux constructions, évaluer le rapport entre la norme de la vitesse de sortie (du point M par rapport à 0) et de celle de la vitesse d'entrée (du point D par rapport à 0) du mécanisme.



**FEUILLE-REPONSE**

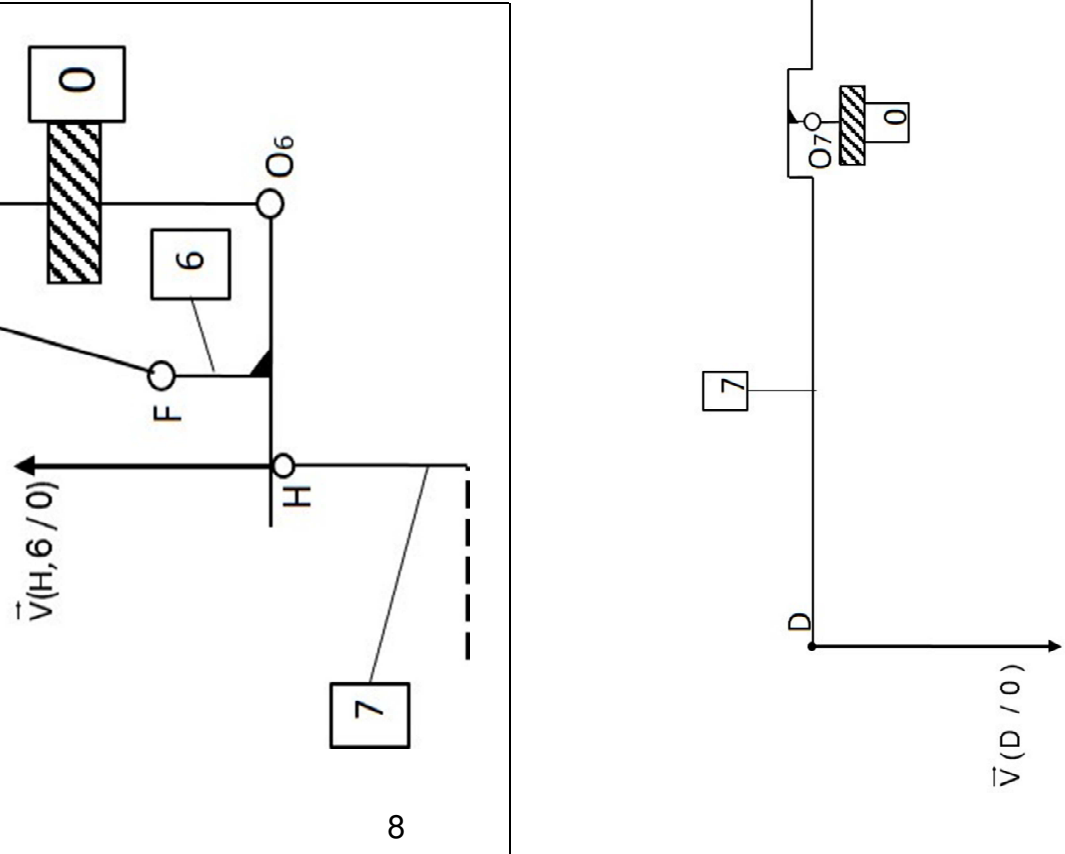
Nom :  
Prénom :  
Groupe :

**FIGURE 3**



Figures faites pour  
 $\varphi = 0, \gamma = 0, \delta = 0$

**FIGURE 4**



8