INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

FIMI - 2ième Année

ETUDE STATIQUE D'UN FREIN A ETRIER (19-11-2018)
Extrait de corrigé

PARTIE I : Torseurs d'efforts de freinage

I.1 Forme du torseur des actions mécaniques.

- Actions normales $d\vec{N}$: pour chaque paire de points M' et N', les moments de ces composantes normales se compensent en P ;

- Efforts tangentiels $d\vec{T}$ (contenues dans le plan $(P,\vec{y},\vec{z})$: les moments sont orthogonaux au plan $(P,\vec{y},\vec{z})$ par nature du produit vectoriel, donc les moments en P sont suivant l'axe $\vec{x}$.

I.2 Eléments de réduction en P du torseur des actions mécaniques exercées par les plaquettes.

$$\{T_{8U10/18}\} = \begin{cases} \vec{R}_{8U10/18} = \int_\Gamma \overrightarrow{dF_{8/18}} + \int_\Gamma \overrightarrow{dF_{10/18}} \\ \overrightarrow{M}_{8U10/18}(P) = \int_\Gamma \overrightarrow{PM'} \wedge \overrightarrow{dF_{8/18}} + \int_\Gamma \overrightarrow{PN'} \wedge \overrightarrow{dF_{10/18}} \end{cases}$$

Il vient :

$$\vec{R}_{8U10/18} = \int_{-\beta}^{\beta}\int_{R_i}^{R_e} (-p\vec{x} + fp\vec{v}) r d\theta dr + \int_{-\beta}^{\beta}\int_{R_i}^{R_e} (p\vec{x} + fp\vec{v}) r d\theta dr$$

$$= 2fp \int_{-\beta}^{\beta}\int_{R_i}^{R_e} (-\sin\theta\vec{y} + \cos\theta\vec{z}) r d\theta dr = 2fp(R_e^2 - R_i^2)\sin\beta\vec{z}$$

et :

$$\overrightarrow{M}_{8U10/18}(P) = \int_{-\beta}^{\beta}\int_{R_i}^{R_e} r\vec{u} \wedge (-p\vec{x} + fp\vec{v}) r d\theta dr + \int_{-\beta}^{\beta}\int_{R_i}^{R_e} r\vec{u} \wedge (p\vec{x} + fp\vec{v}) r d\theta dr$$

$$= 2\int_{-\beta}^{\beta}\int_{R_i}^{R_e} frp\vec{x} r d\theta dr = \frac{4}{3} fp(R_e^3 - R_i^3)\beta\vec{x}$$

Finalement :

$$\boxed{\{T_{8U10/18}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{8U10/18} = 2fp(R_e^2 - R_i^2)\sin\beta\vec{z} \\ \overrightarrow{M}_{8U10/18}(P) = \frac{4}{3} fp(R_e^3 - R_i^3)\beta\vec{x} \end{Bmatrix}_P}$$

PARTIE II : Etude spatiale

2.1- Bilan des Actions mécaniques

$$\{F_{1/18}\} = \begin{Bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ Y_{1/18} \\ Z_{1/18} \end{pmatrix}_R & \begin{pmatrix} 0 \\ M_{1/18} \\ N_{1/18} \end{pmatrix} \end{Bmatrix}_P \qquad \{T_{8/18}\} = \begin{cases} \vec{R}_{8/18} = pS\vec{x} + f\,pS\vec{z} \\ \vec{M}_{8/18}(P) = C\,f\,p\vec{x} \end{cases} \qquad \{T_{10/18}\} = \begin{cases} \vec{R}_{10/18} = -pS\vec{x} + f\,pS\vec{z} \\ \vec{M}_{10/18}(P) = C\,f\,p\vec{x} \end{cases}$$

$$\{T_{C_r/18}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_r\vec{x} \end{Bmatrix}_P$$

2.2 – PFS à 18 en P

TRS $\begin{cases} pS - pS = 0 & (1) \\ Y_{1/18} = 0 & (2) \\ fpS + fpS + Z_{1/18} = 0 & (3) \end{cases}$ TMS/P $\begin{cases} Cfp + Cfp + Cr = 0 & (4) \\ M_{1/18} = 0 & (5) \\ N_{1/18} = 0 & (6) \end{cases}$

2.3 $Y_{1/18} = 0$; $Z_{1/18} = -2fpS$; $M_{1/18} = 0$; $N_{1/18} = 0$

$Cr = -2Cfp$

PARTIE III : Etude plane

3.1 – Les liaisons 14/4 et 14/17 sont des liaisons ponctuelles parfaites, de normale $\vec{x}$. Les actions $\vec{R}_{14/4}$ (en F) et $\vec{R}_{14/17}$ (en G) sont donc orientées selon $\vec{x}$.

3.2 –**Equilibre de 8** $\vec{F}_{4/8} = \begin{pmatrix} X_{4/8} \\ Y_{4/8} \\ - \end{pmatrix}_R$ $\vec{F}_{8/18} = \begin{pmatrix} pS \\ 0 \\ - \end{pmatrix}_R$ $\rightarrow$ $\begin{cases} X_{4/8} - pS = 0 & (15) \\ Y_{4/8} = 0 & (16) \end{cases}$

$\vec{R}_{4/8}$ est donc selon $\vec{x}$.

3.3 – BAME et PFS à 4 en H

$$\{F_{8/4}\} = \left\{ \begin{pmatrix} X_{8/4} \\ Y_{8/4} \\ - \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} - \\ - \\ 0 \end{pmatrix} \right\}_K = \left\{ \begin{pmatrix} -pS\vec{x} \\ 0 \\ - \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} - \\ - \\ 0 \end{pmatrix} \right\}_K \quad \{F(1 \rightarrow 4)\} = \left\{ \begin{pmatrix} X_{1/4} \\ Y_{1/4} \\ - \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} - \\ - \\ 0 \end{pmatrix} \right\}_H \quad \{F(14 \rightarrow 4)\} = \left\{ \begin{pmatrix} X_{14/4} \\ 0 \\ - \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} - \\ - \\ 0 \end{pmatrix} \right\}_F$$

$$\begin{cases} -pS + X_{1/4} + X_{14/4} = 0 & (1) \\ Y_{1/4} = 0 & (2) \\ -bpS - aX_{14/4} = 0 & (3) \end{cases}$$

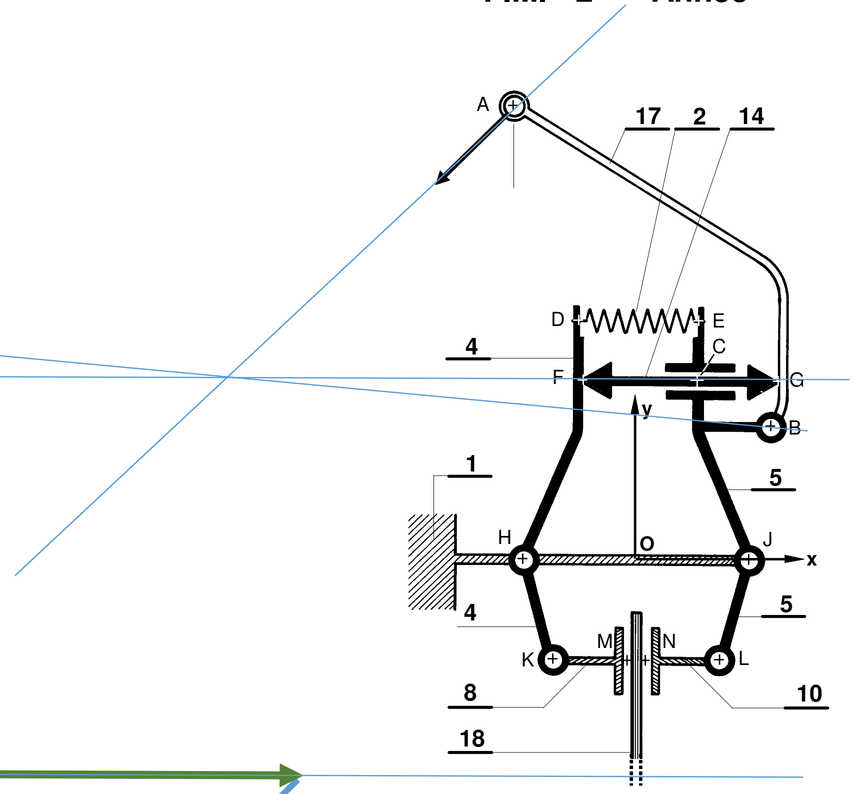
Détails TMS/H.

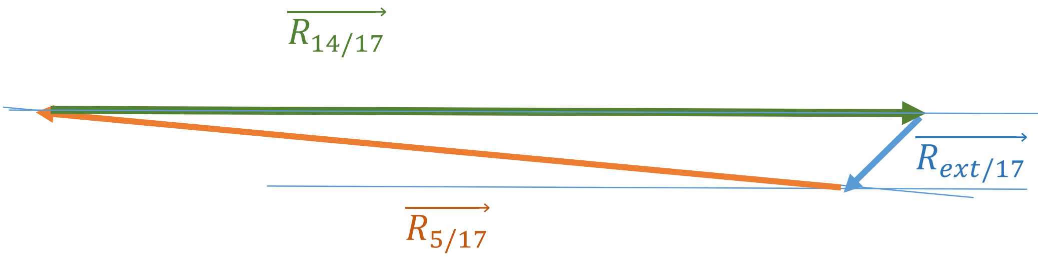
$$\vec{M}_{8/4}(H) + \cancel{\vec{M}_{1/4}(H)} + \vec{M}_{14/4}(H) = \vec{0}$$

$$\cancel{\vec{M}_{8/4}(K)} + \vec{HK} \wedge \vec{F}_{8/4} + \cancel{\vec{M}_{14/4}(F)} + \vec{HF} \wedge \vec{F}_{14/4} = \vec{0}$$

$$\boxed{\begin{cases} X_{1/4} = \dfrac{a+b}{a} pS & (1) \\ Y_{1/4} = 0 & (2) \\ X_{14/4} = -\dfrac{b}{a} pS & (3) \end{cases}}$$

PARTIE IV : Statique graphique





Bame sur **17** $\overrightarrow{R_{ext/17}} + \overrightarrow{R_{5/17}} + \overrightarrow{R_{14/17}} = \vec{0}$

Système soumis à 3 glisseurs concourants.

Application numérique $\left\| \vec{R}_{17/14} \right\| = 2200N$