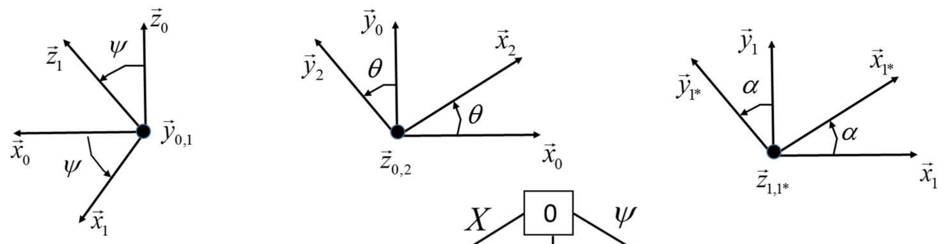
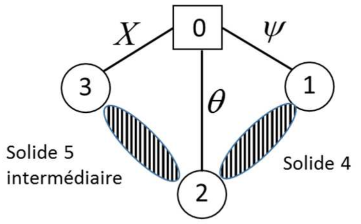
FIMI – 2ème année

Mécanique Générale - Interrogation n°2 - Eléments de correction.

I-1



I-2



I-3 La forme du solide 4 impose (les diagonales d'un carré sont perpendiculaires) :

$$\vec{x}_2 \cdot \vec{y}_1^{\,*} = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{bmatrix}_{/0} \cdot \begin{bmatrix} -\sin\alpha\cos\psi \\ \cos\alpha \\ \sin\alpha\sin\psi \end{bmatrix}_{/0} = 0 \Rightarrow \boxed{\tan\theta = \tan\alpha\cos\psi} \text{ car } \theta \text{ et } \alpha \neq \pm\frac{\pi}{2}$$

I-4 La longueur de la biellette est constante d'où :

$$A_2O_3^{\;2} = L^2 \Leftrightarrow \left[-R\,\vec{y}_2 + X\,\vec{x}_{0,3}\right]^2 = L^2 \Rightarrow \boxed{X^2 + 2RX\sin\theta + R^2 - L^2 = 0}$$

I-5 Degré de mobilité = 3 paramètres – 2 équations de liaison = $\boxed{1}$

II-1

a) 2/0 : rotation d'axe $\left(O_2, \vec{z}_{0,2}\right)$

b) Trajectoire de $A_2\ /\left(R_0\right)$: cercle de centre $O_{0,2}$, de rayon R dans le plan $\left(O_{0,2}, \vec{x}_0, \vec{y}_0\right)$

c) $\boxed{\vec{V}\left(A_2 / R_0\right) = -R\dot{\theta}\,\vec{x}_2}$ *et* $\boxed{\vec{A}\left(A_2 / R_0\right) = -R\ddot{\theta}\,\vec{x}_2 - R\dot{\theta}^2\,\vec{y}_2}$

II-2-a) $\vec{\Omega}\left(S_5 / R_0\right) = \underbrace{\vec{\Omega}\left(S_5 / S_2\right)}_{\substack{\text{selon } \vec{z}_0 \\ \text{car pivot}/\vec{z}_0}} + \underbrace{\vec{\Omega}\left(S_2 / R_0\right)}_{\substack{\text{selon } \vec{z}_0 \\ \text{car pivot}/\vec{z}_0}}$ <u>ou</u> $\vec{\Omega}\left(S_5 / R_0\right) = \underbrace{\vec{\Omega}\left(S_5 / S_3\right)}_{\substack{\text{selon } \vec{z}_0 \\ \text{car pivot}/\vec{z}_0}} + \underbrace{\vec{\Omega}\left(S_3 / R_0\right)}_{=\vec{0}\ \text{(translation)}}$

<u>ou</u> : le mouvement 5/0 est tangent à une rotation donc l'axe est perpendiculaire au plan dans lequel se déplace S5 $\Rightarrow$ $\vec{\Omega}\left(S_5 / R_0\right)$ est selon $\vec{z}_0$.

II-2-b) Partant de $\vec{V}\left(A_2 \in S_5 / R_0\right) = \vec{V}\left(O_3 \in S_5 / R_0\right) + \vec{\Omega}\left(S_5 / R_0\right) \wedge \overrightarrow{O_3A_2}$, il vient :

$$-R\dot{\theta}\,\vec{x}_2 = \dot{X}\,\vec{x}_{0,3} + \omega\,\vec{z}_{0,2} \wedge \left(-X\,\vec{x}_{0,3} + R\,\vec{y}_2\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{-R\dot{\theta}\,\vec{x}_2 = \dot{X}\,\vec{x}_{0,3} + \omega\left(-X\,\vec{y}_0 - R\,\vec{x}_2\right)}$$

Plusieurs expressions (équivalentes) sont possibles selon la projection choisie :

Selon $\vec{x}_0$: $\omega = \dot{\theta} + \dfrac{\dot{X}}{R\cos\theta}$ Selon $\vec{y}_0$: $\omega = \dfrac{R\dot{\theta}\sin\theta}{X + R\sin\theta}$

Selon $\vec{x}_2$: $\omega = \dfrac{\dot{X}\cos\theta + R\dot{\theta}}{X\sin\theta + R}$ Selon $\vec{y}_2$: $\omega = -\tan\theta\,\dfrac{\dot{X}}{X}$