PACAUT Nastasia

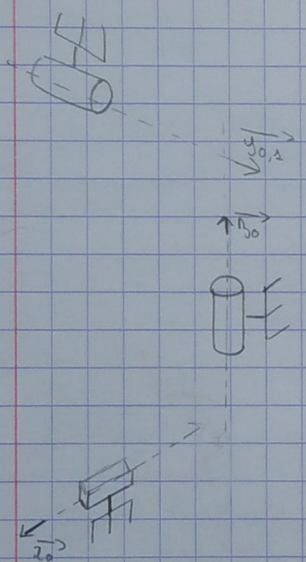
SCAN 72

# IE #2 of Mechanics

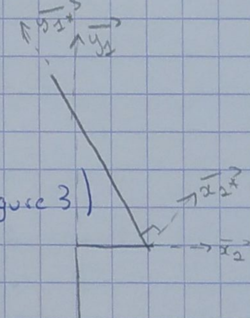
## Part I

### 1) Frame definition

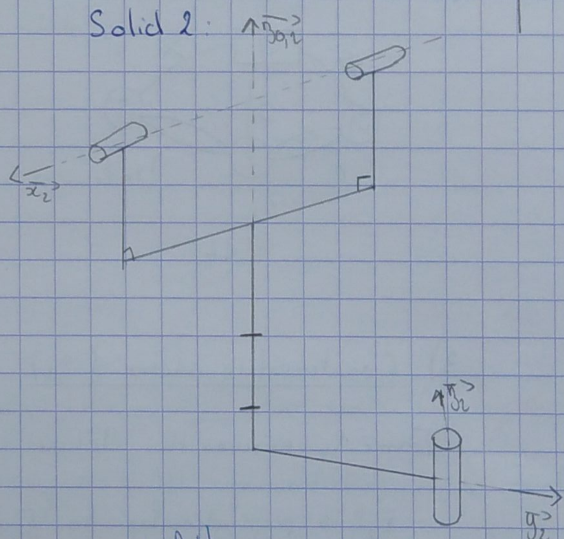
Solid 0 :



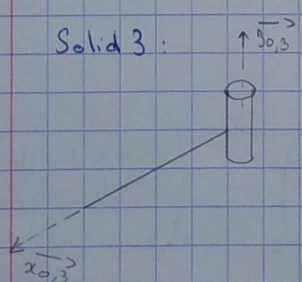

Solid 1 : (given in figure 3)



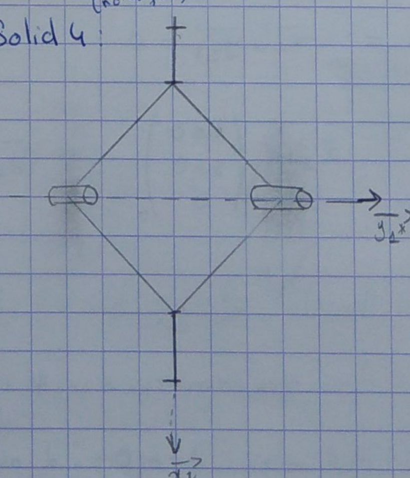

Solid 2 :



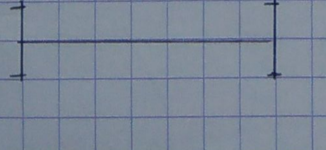

Solid 3 :



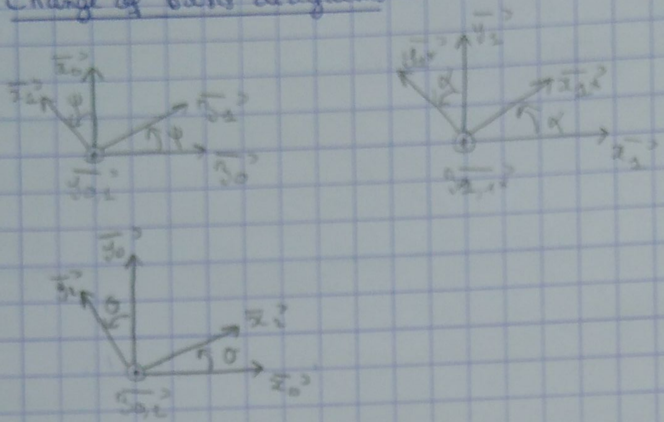

Solid 4 : (not useful)



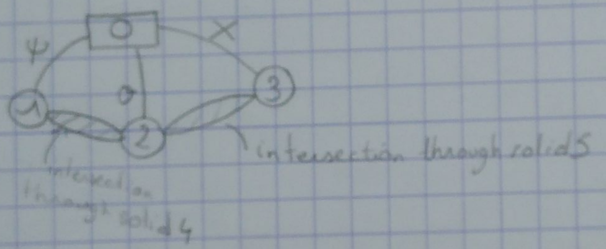

Solids 5 : (not useful)



## Change of basis diagrams



## 2) Graph of links




## 3) Constraint equations ($S_4$)

Frame $S_4$ ensures the closure thanks to the fact that:

$\vec{x_2}$ is perpendicular to $\vec{y_{1*}}$

$\Rightarrow \quad \vec{x_2} \cdot \vec{y_{1*}} = 0$

$$\vec{x_2} = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}_0 \qquad \vec{y_{1*}} = \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \\ 0 \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} -\sin\alpha\cos\psi \\ \cos\alpha \\ \sin\alpha\sin\psi \end{pmatrix}_0$$

hence $\vec{x_2} \cdot \vec{y_{1*}} = 0$

$\Rightarrow \quad -\cos\theta\sin\alpha\cos\psi + \sin\theta\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \quad \cos\theta\sin\alpha\cos\psi = \sin\theta\cos\alpha$

$\Rightarrow \quad \tan\theta = \cos\psi\tan\alpha$

4) Constraint equation ($S_5$)

$\|\overrightarrow{O_3A_2}\| = L$ (Since the lenght of the rod $S_5$ is constant)

$\cancel{\|\overrightarrow{O_3O_0} + \overrightarrow{O_0A_2}\| = L_2}$

$\cancel{\overrightarrow{O_3O_0}^2 + \overrightarrow{O_2A_2}^2 = L^2}$

$\cancel{\sqrt{X^2 + R^2} = L^2}$

$\|\overrightarrow{O_3A_2}\| = L$

$\|\overrightarrow{O_3O_0} + \overrightarrow{O_0A_2}\| = L$

$|X \vec{x_{0,3}} - R\vec{y_2}|^2 = L^2$

we can also use: $\overrightarrow{O_{3_3}O_{3_5}} = \vec{0}$

belonging to solid 3 — belonging to solids 5

$\overrightarrow{O_{3_3}O_0} + \overrightarrow{O_0A_2} + \overrightarrow{A_2O_3} = \vec{0}$

$-X\vec{x_{0,3}} + R\vec{y_2} + \overrightarrow{A_2O_3} = \vec{0}$

5) System mobility

$m = 3 - 2 = 1$ => hence we only need to know one parameter to define the whole system.

(3: number of parameters; 2: number of constraint equations)

Part II

1) a) The motion 2/0 is a rotation of axis $\vec{z_{0,2}}$ and center $O_{0,2}$

b) The trajectory of $A_2$ with respect to the ground ($R_0$) is a circle of center $O_{0,2}$ and radius $R$. plane?

c) $\overrightarrow{V^0(A_2)} = \overrightarrow{V^0(O_{0,2})} + \overrightarrow{A_2O_{0,2}} \times \Omega^0_2$

$= -R\vec{y_2} \times \dot{\theta}\vec{z_2} = -R\dot{\theta}\vec{x_2}$

$\overrightarrow{A^0(A_2)} = \frac{d^0}{dt}(\overrightarrow{V^0(A_2)}) = \frac{d^0}{dt}(-R\dot{\theta}\vec{x_2}) = \frac{d^2}{dt}(-R\dot{\theta}\vec{x_2}) + \vec{\Omega^0_2} \times (-R\dot{\theta}\vec{x_2})$

$= -R\ddot{\theta}\vec{x_2} + \dot{\theta}\vec{z_2} \times (-R\dot{\theta}\vec{x_2})$

$= -R\ddot{\theta}\vec{x_2} - R\dot{\theta}^2\vec{y_2}$

2) a) $\vec{\Omega^0_5} = \vec{\Omega^0_2} + \vec{\Omega^2_5} = \dot{\theta}\vec{z_{2,0}} + \vec{\Omega^2_5}$

Solid $S_2$ is connected to solid $S_5$ by a revolute joint of axis $\vec{z_{2,0}}$, hence $\vec{\Omega^2_5}$ will be along $\vec{z_{2,0}}$. Moreover $S_2$ is connected to $S_0$ by a revolute joint of the same axis $\vec{z_{0,2}}$. We can conclude that $\vec{\Omega_5^0}$ will be

of the form: $\vec{\Omega_5^0} = \omega \vec{y_0}$ since solid $S_5$ is contained in a plane

perpendicular to $\vec{y_0}$.

the motion $S/0$ & is tangent to a rotat° so the axis is ⊥ to the plane in which $S_5$ moves

b) We know $\vec{V^0(A_2)} = -R\dot{\theta}\vec{x_2}$

and $A_2$ is a point of Solid S

$$\vec{V^0(A_2)} = \underbrace{\vec{V^0(O_3)}}_{=\dot{X}\vec{x_0}} + \underbrace{\vec{A_2O_3}}_{=\vec{A_2O_0}+\vec{O_0O_3}} \times \underbrace{\vec{\Omega_5^0}}_{=\omega\vec{y_{0,2}}}$$

$$= \dot{X}\vec{x_0} + \left(-R\vec{y_2} + X\vec{x_{0,3}}\right) \times \omega \vec{y_{0,2}}$$

$$= \dot{X}\vec{x_0} - R\omega\vec{x_2} - X\omega\vec{y_0}$$

$$\Rightarrow \dot{X}\vec{x_0} - R\omega\vec{x_2} - X\omega\vec{y_0} = -R\dot{\theta}\vec{x_2}$$

$$\Rightarrow X\omega\vec{y_0} = \dot{X}\vec{x_0} - R\omega\vec{x_2} + R\dot{\theta}x_2$$

$$\cancel{\begin{pmatrix} 0 \\ \omega \\ 0 \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} \dot{X} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_0}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ X\omega \\ 0 \end{pmatrix}_0 + \begin{pmatrix} R\omega\cos\theta \\ R\omega\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} \dot{X} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_0 + \begin{pmatrix} R\dot{\theta}\cos\theta \\ R\dot{\theta}\sin\theta \end{pmatrix}_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R\omega\cos\theta = \dot{X} + R\dot{\theta}\cos\theta \\ X\omega + R\omega\sin\theta = R\dot{\theta}\sin\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega = \dfrac{\dot{X}}{R\cos\theta} + \dot{\theta} \\ \text{or } \omega = \dfrac{R\dot{\theta}\sin\theta}{\cancel{R} + R\sin\theta} \end{cases}$$

Nom PACAUT Nastasia Note 17.63

Les critères indiqués dans la grille ci-dessous sont indicatifs car ils ne peuvent pas représenter la réalité de chaque copie,les niveaux proposés doivent êtres interprétés comme suit :

**Niv.0 : la question n'est pas abordée ou les éléments proposés sont erronnés**
**Niv. 1: la réflexion est initiée par quelques éléments pertinents**
**Niv. 2: La réflexion est initiée, plusieurs élements pertinents sont utilisés mais de manière partielle ou inexacte**
**Niv. 3: la plupart (voir la totalité) des éléments utiles à l'analyse sont présents mais celle-ci est entachée de quelques erreurs ou d'imprécisions**
**Niv. 4: La totalité des éléments utiles à l'analyse sont présents, celle ci est conduite sans erreurs, de manière claire, précise et les développements proposés sont justifiés**

| Question | Intitulé | N T | Niv. 0 | Niv. 1 | Niv. 2 | Niv. 3 | Niv. 4 | Barème | Points | Niv. 0 | Niv. 1 | Niv. 2 | Niv. 3 | Niv. 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.1 | Figures de changement de base | | | | | | 1 | 1 | 1 | Insuffisant ou faux | une seule figure tracée | deux figures tracées | les trois figures sont tracées mais de manière imprécise | les 3 figures sont correctement tracées |
| I.2 | Graphe des liaisons | | | | | | 1 | 1 | 1 | Insuffisant ou faux | tracé initié avec une architecture correcte mais très imprécis certains paramètres sont absents, les liaisons de fermeture ne sont pas toutes repérées comme telles | Bonne architecture mais des imprécisions subsistent liaison de fermeture, paramétrage, | Architecture correcte (intégrant les liaisons de fermeture) mais une imprécision mineure: absence d'un paramètre par exemple | Graphe de liaison correct et complet |
| I.3 | Condition associée à la fermeture réalisée par le cadre S4 | | | | | | 1 | 1 | 1 | Insuffisant ou faux | La démarche est initiée en identifiant pas exemple que la condition porte sur les directions de liaison mais sans énoncer l'orthogonalité | La condition d'orthogonalité est énoncée mais pas traduite par une condition mathématiques | Condition X2.Y1*=0 donnée sans justification | La condition géométrique est clairement énoncée (orthogonalité des axes de liaison) et associée à la condition X2.Y1* = 0 |
| I.3 | Equation de liaison associée à la fermeture réalisée par le cadre S4 | | | | | | 1 | 2.5 | 2.5 | Insuffisant ou faux | démarche initiée en projetant les vecteurs X2 et Y1* dans une base commune mais les caculs sont faux | Expression correcte de X2 et Y1* mais équation de liaison fausse | Equation de liaison avec une erreur minime (hors erreur de signe) | Equation de liaison correcte |
| I.4 | Condition associée à la fermeture réalisée par la bielle S5 | | | | | | 1 | 1 | 1 | Insuffisant ou faux | La démarche est initiée en identifiant pas exemple que la condition porte sur la longeur de bielle mais sans l'associer à la distance O3A2 | La condition est énoncée mais n'est pas traduite par une condition mathématiques | Condition donnée sans justification ou de manière imprécise | La condition géométrique est clairement énoncée et associée à la condition O3A2 ^2 = L^2 ou ||O3A2||=L |
| I.4 | Equation de liaison associée à la fermeture réalisée par le bielle S5 | | | 0.25 | | | | 2.5 | 0.625 | Insuffisant ou faux | démarche initiée en décomposant le vecteur O3A2 mais les expressions obtenues sont fausses | Expression correcte du vecteur O3A2 | Equation avec une erreur minime | Equation de liaison correcte |
| I.5 | Mobilité | | | | | | 1 | 1 | 1 | Insuffisant ou faux | La formule de la mobilité est donnée | mobilité donnée sans justification | Mobilité correcte mais justification insuffisante | Mobilité correcte et son calcul est justifié |
| **Partie I** | **Sous-total** | | | | | | | **10** | **8.125** | | | | | |
| II.1 - a | Nature du mouvement 2/0 | | | | | | 1 | 1 | 1 | Insuffisant ou faux | Démarche initié en identifiant par exemple la liaison associée | Le mouvement est identifiée à une rotation mais sans précision de son axe | Mouvement de rotation mais son axe est décrit de manière imprécise (pas de point par exemple) | Mouvement de rotation d'axe (point, direction) |
| II.1 - b | Trajectoire de A2 / 0 | | | | | 0.75 | | 1 | 0.75 | Insuffisant ou faux | Démarche initiée en identifiant par exemple que le point A2 se déplace dans le plan (O0,2 x0 y0) | Mouvement circulaire identifié mais sans préciser dans quel plan, ni son centre ni le rayon | Mouvement circulaire mais caractérisé de manière incomplète (plan ou centre ou rayon) | Mouvement circulaire+ plan + centre + rayon |
| II.1 - c | V(A2/0) | | | | | | 1 | 1.5 | 1.5 | Insuffisant ou faux | Démarche initié en écrivant une expression formelle correcte mais approximative | Vitesse fausse mais une expression formelle correcte changement de point ou dérivation (avec, dans ce cas, l'indication obligatoire du référentiel d'observation) | Expression correcte donnée sans justification | Expression correcte et justifiée si elle est donnée sans calcul une référence au mouvement circulaire de A2/0 doit être présente |
| II.1 - c | A(A2/0) | | | | | | 1 | 2.5 | 2.5 | Insuffisant ou faux | Démarche initié en écrivant une expression formelle correcte mais approximative | Accélération fausse mais une expression formelle correcte changement de point ou dérivation (avec, dans ce cas, l'indication obligatoire du référentiel d'observation) | Expression correcte donnée sans justification | Expression correcte et justifiée si elle est donnée sans calcul une référence au mouvement circulaire de A2/0 doit être présente |
| II.2 - a | Omega (5/0) = w z0 | | | | | 0.75 | | 1 | 0.75 | Insuffisant ou faux | Démarche initiée en effectuant, par exemple, une référence à l'une des liaisons pivot 5/2, 2/0 ou 5/3 | Les liaisons 5/2, 2/0 ou 5/3 sont indentifiées comme colinéaires à z0 | Les deux mouvements 5/2, 2/0 et 5/3 sont identifiés comme des mouvements de rotation d'axes colinéaires à Z0 mais aucune relation de composition de mouvement n'est écrite avec précision | Le vecteur rotation 5/0 est explicitement écrit comme égal à Omega(5/2) + Omega(2/0) ou à Omega(5/3) et ce (ou ces) vecteur(s) sont eux-mêmes précisement décrits |
| II.2 - b | w = ? | | | | | | 1 | 3 | 3 | Insuffisant ou faux | Une formule de changement de point entre O3 et A2 est écrite mais elle n'est pas associée au bon mouvement | la formule de chagement de point sur le mouvement 5/0 est correctement écrite | Formule de changement de point écrite correctement écrite, calcul de w correctement initié mais pas finalisé ou expression finale fausse | Formule de changement de point écrite correctement écrite et calcul de w correctement effectué |
| **Partie 2.** | **Sous-total** | | | | | | | **10** | **9.5** | | | | | |
| **Communiquer une analyse, une démarche scientifique, une preuve ou une solution de façon argumentée et logique** | Justifications et méthodologie | | | 0.25 | | | | 0 | 0 | Aucune justification ni démarche de calcul | Certaines justifications sont initiées mais pas toujours pertinentes et les calculs développés sont peu ou pas structurés | La démarche de calcul est globalement structurée mais les étapes clefs ne sont pas mises en évidence ni justifiées | Les justifications principales sont présentes et la démarche de calcul est globalement structurée | Les justifications utiles à la compréhension sont présentes, les objectifs de chaque développement sont clairs, la démarche de calcul est structurée autour des étapes clefs et l'ensemble des développements est synthétique |
| | Qualité de rédaction et respect de la symbolique | | | 0.25 | | | | 0 | 0 | Rédaction non professionnelle incohérence dans l'organisation, absence de qualité et la symbolique propre à la discipline est ignorée | Un effort de rédaction est présent mais il n'est pas systématique et la symbolique utilisée ne permet de définir que très partiellement les grandeurs décrites (vecteurs, scalaires, matrices) et les objets concernés (solides isolés, points géométriques ou points liés, vitesses relatives ou d'entrainement, etc...) | Rédaction de qualité acceptable, les écarts de forme, d'organisation et de symbolique permettent, avec quelques efforts de déchiffrage, de comprendre les éléments présentés. | Rédaction globalement de qualité, mais quelques écarts de forme (ratures, orthographe) et/ ou d'organisation et la symbolique ne comporte que quelques imprécisions. | Rédaction de grande qualité aussi bien dans la forme (orthographe, maitrise des suppressions ou des corrections d'erreurs, etc...) que dans l'organisation (paragraphes, pagination, etc...) et la symbolique utilisée permet une compréhension immédiate des grandeurs décrites (distinction entre vecteurs, scalaires, et matrices, point d'expression des moments, définition des référence et des objets concernés, ...) |

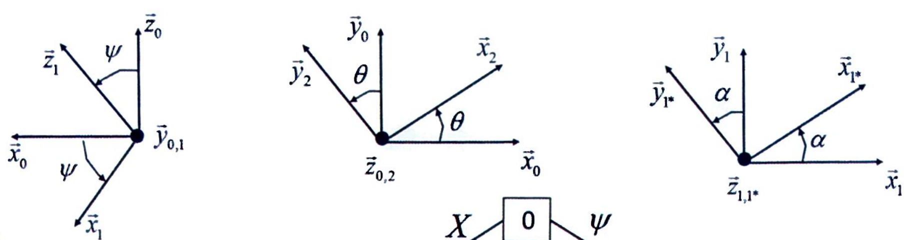
| Compétence selon référentiel | C1 Analyser un système (réel ou virtuel) ou un problème | | | | C2 Exploiter un modèle d'un système réel ou virtuel | | | | C3 Mettre en œuvre une démarche expérimentale ou une démarche de production | | | C4 Concevoir un système répondant à un cahier des charges | | | | C5 Traiter des données | | | | C6 Communiquer une analyse, une démarche scientifique, une preuve ou une solution de façon argumentée et logique | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | C11 | C12 | C13 | C14 | C21 | C22 | C23 | C24 | C31 | C32 | C33 | C41 | C42 | C43 | C44 | C51 | C52 | C53 | C54 | C61 | C62 |
| Potentiellement évaluée en mécanique des systèmes 2A | Oui | Oui | Oui | Oui | Oui | Oui | Oui | Oui | Non | Non | Non | Non | Non | Non | Non | Oui | Oui | Non | Oui | Oui | Oui |
| Nombre d'instances d'évaluation de la compétence | **2** | **0** | **2** | **2** | **6** | **0** | **0** | **5** | | | | | | | | **0** | **0** | | **4** | **1** | **1** |
| Nombre de points associés partie 1 | 2 | 0 | 1 | 2 | 6 | 0 | 0 | 5 | | | | | | | | 0 | 0 | | 0 | | |
| Total élève partie 1 | **2** | **0** | **1** | **2** | **4.125** | **0** | **0** | **3.125** | | | | | | | | **0** | **0** | | **0** | | |
| Nombre de points associés partie 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 7 | 0 | 0 | 7 | | | | | | | | 0 | 0 | | 6 | | |
| Total élève partie 2 | **0** | **0** | **0.75** | **0** | **7** | **0** | **0** | **7** | | | | | | | | **0** | **0** | | **5.75** | | |
| Total élève Communiquer / Analyser | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | **0.25** | **0.25** |
| **Total élève / 1** | **1** | **NE** | **0.875** | **1** | **0.8558** | **NE** | **NE** | **0.8438** | | | | | | | | **NE** | **NE** | | **0.9583** | **0.25** | **0.25** |
| Evaluation compétence: NE (Non évalué) - NA (Non acquis) - ECA (En Cours d'Acquisition) - AR (Acquisition à Renforcer) - A (Acquis) | **A** | **NE** | **A** | **A** | **A** | **NE** | **NE** | **A** | | | | | | | | **NE** | **NE** | | **A** | **NA** | **NA** |

INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

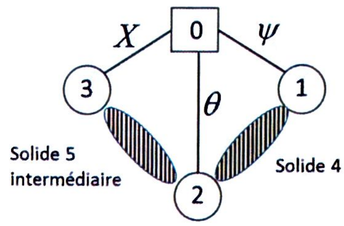
**FIMI – 2ème année**

## Mécanique Générale - Interrogation n°2 - Eléments de correction.

I-1



I-2




I-3 La forme du solide 4 impose (les diagonales d'un carré sont perpendiculaires) :

$$\vec{x}_2 . \vec{y}_1^* = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix}\cos\theta \\ \sin\theta \\ 0\end{bmatrix}_{/0} . \begin{bmatrix}-\sin\alpha\cos\psi \\ \cos\alpha \\ \sin\alpha\sin\psi\end{bmatrix}_{/0} = 0 \Rightarrow \boxed{\tan\theta = \tan\alpha\cos\psi} \text{ car } \theta \text{ et } \alpha \neq \pm\frac{\pi}{2}$$

I-4 La longueur de la biellette est constante d'où :

$$A_2O_3^{\,2} = L^2 \Leftrightarrow \left[-R\,\vec{y}_2 + X\,\vec{x}_{0,3}\right]^2 = L^2 \Rightarrow \boxed{X^2 + 2RX\sin\theta + R^2 - L^2 = 0}$$

I-5 Degré de mobilité = 3 paramètres – 2 équations de liaison = $\boxed{1}$

II-1

a) 2/0 : rotation d'axe $(O_2, \vec{z}_{0,2})$

b) Trajectoire de $A_2 \,/ (R_0)$ : cercle de centre $O_{0,2}$ , de rayon $R$ dans le plan $(O_{0,2}, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$

c) $\boxed{\vec{V}(A_2 / R_0) = -R\dot{\theta}\,\vec{x}_2}$ *et* $\boxed{\vec{A}(A_2 / R_0) = -R\ddot{\theta}\,\vec{x}_2 - R\dot{\theta}^2\,\vec{y}_2}$

II-2-a) $\vec{\Omega}(S_5/R_0) = \underbrace{\vec{\Omega}(S_5/S_2)}_{\substack{\text{selon } \vec{z}_0 \\ \text{car pivot}/\vec{z}_0}} + \underbrace{\vec{\Omega}(S_2/R_0)}_{\substack{\text{selon } \vec{z}_0 \\ \text{car pivot}/\vec{z}_0}}$ <u>ou</u> $\vec{\Omega}(S_5/R_0) = \underbrace{\vec{\Omega}(S_5/S_3)}_{\substack{\text{selon } \vec{z}_0 \\ \text{car pivot}/\vec{z}_0}} + \underbrace{\vec{\Omega}(S_3/R_0)}_{=\vec{0}\text{ (translation)}}$

<u>ou</u> : le mouvement 5/0 est tangent à une rotation donc l'axe est perpendiculaire au plan dans lequel se déplace S5 $\Rightarrow \vec{\Omega}(S_5 / R_0)$ est selon $\vec{z}_0$.

II-2-b) Partant de $\vec{V}(A_2 \in S_5 / R_0) = \vec{V}(O_3 \in S_5 / R_0) + \vec{\Omega}(S_5 / R_0) \wedge \overrightarrow{O_3A_2}$ , il vient :

$$-R\dot{\theta}\vec{x}_2 = \dot{X}\,\vec{x}_{0,3} + \omega\vec{z}_{0,2} \wedge \left(-X\,\vec{x}_{0,3} + R\,\vec{y}_2\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{-R\dot{\theta}\vec{x}_2 = \dot{X}\,\vec{x}_{0,3} + \omega\left(-X\,\vec{y}_0 - R\,\vec{x}_2\right)}$$

Plusieurs expressions (équivalentes) sont possibles selon la projection choisie :

Selon $\vec{x}_0$ : $\omega = \dot{\theta} + \dfrac{\dot{X}}{R\cos\theta}$ Selon $\vec{y}_0$ : $\omega = \dfrac{R\dot{\theta}\sin\theta}{X + R\sin\theta}$

Selon $\vec{x}_2$ : $\omega = \dfrac{\dot{X}\cos\theta + R\dot{\theta}}{X\sin\theta + R}$ Selon $\vec{y}_2$ : $\omega = -\tan\theta\dfrac{\dot{X}}{X}$