

Mécanique Générale - Evaluation de fin de semestre - 2h

Sont autorisés : Formulaire personnel 2 pages A4, tableau de liaisons et calculatrice.

Barème indicatif : A-1) : 5pts ; A-2) : 5pts ; B-1) : 5pts ; B-2) : 5pts (sous-parties indépendantes).

REQUILLEUR DE BOWLING

Un requilleur est un système permettant de remettre en place les quilles sur une piste de bowling après chaque lancer des joueurs. L'étude porte, d'une part, sur le système d'entraînement de la table de pose (Figure 1) qui récupère les quilles qui ne sont pas tombées entre deux lancers d'un même joueur et qui dépose de nouvelles quilles au changement de joueur ; d'autre part, sur le système de pince (Figure 2) monté sur la table de pose qui permet d'attraper les quilles restées debout.

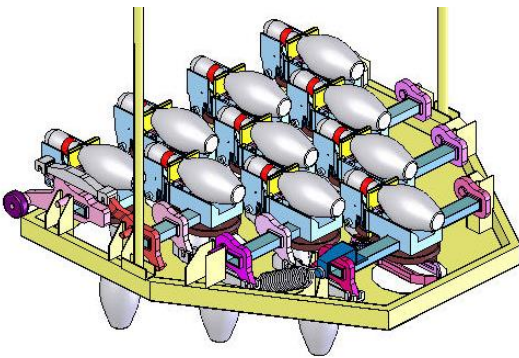


Figure 1 : Illustration d'une table de pose

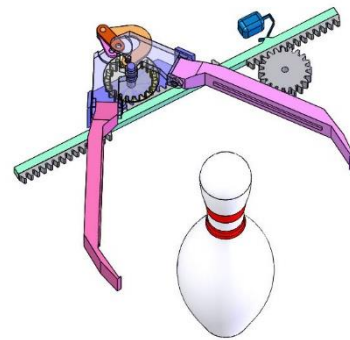


Figure 2 : Pince de préhension des quilles

Partie A - Etude de l'entraînement de la table de pose

Description : (voir Figure 3)

Un moteur entraîne le crochet (2) par l'intermédiaire de l'excentrique (1) et provoque le mouvement de la table (5) imposé par le bras (3) et la bielle (4).

Modélisation : (voir document réponse DR1)

On considère les mouvements dans le plan $(O_1, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ de normale $\vec{x} = \vec{x}_{0,1,2,3,4,5}$.

- L'excentrique (1) est en liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{x}_{0,1})$ avec le bâti (0), paramètre du mouvement $\alpha_1 = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$.
- Le crochet (2) est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_{1,2})$ avec l'excentrique (1), paramètre du mouvement $\beta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$.
- Le bras (3) est en liaison pivot d'axe $(O_3, \vec{x}_{0,3})$ avec le bâti (0), paramètre du mouvement $\alpha_3 = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.
- La bielle (4) est en liaison pivot d'axe $(O_4, \vec{x}_{0,4})$ avec le bâti (0), paramètre du mouvement $\alpha_4 = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$.
- La table de pose (5) est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{x}_{3,5})$ avec le bras (3), paramètre du mouvement $\alpha_5 = (\vec{y}_0, \vec{y}_5)$ (paramétrage absolu).

Par ailleurs :

- Le crochet (2) est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_{2,3})$ avec le bras (3). Cette liaison est non paramétrée.
- La bielle (4) est en liaison pivot d'axe $(D, \vec{x}_{4,5})$ avec la table (5). Cette liaison est non paramétrée.

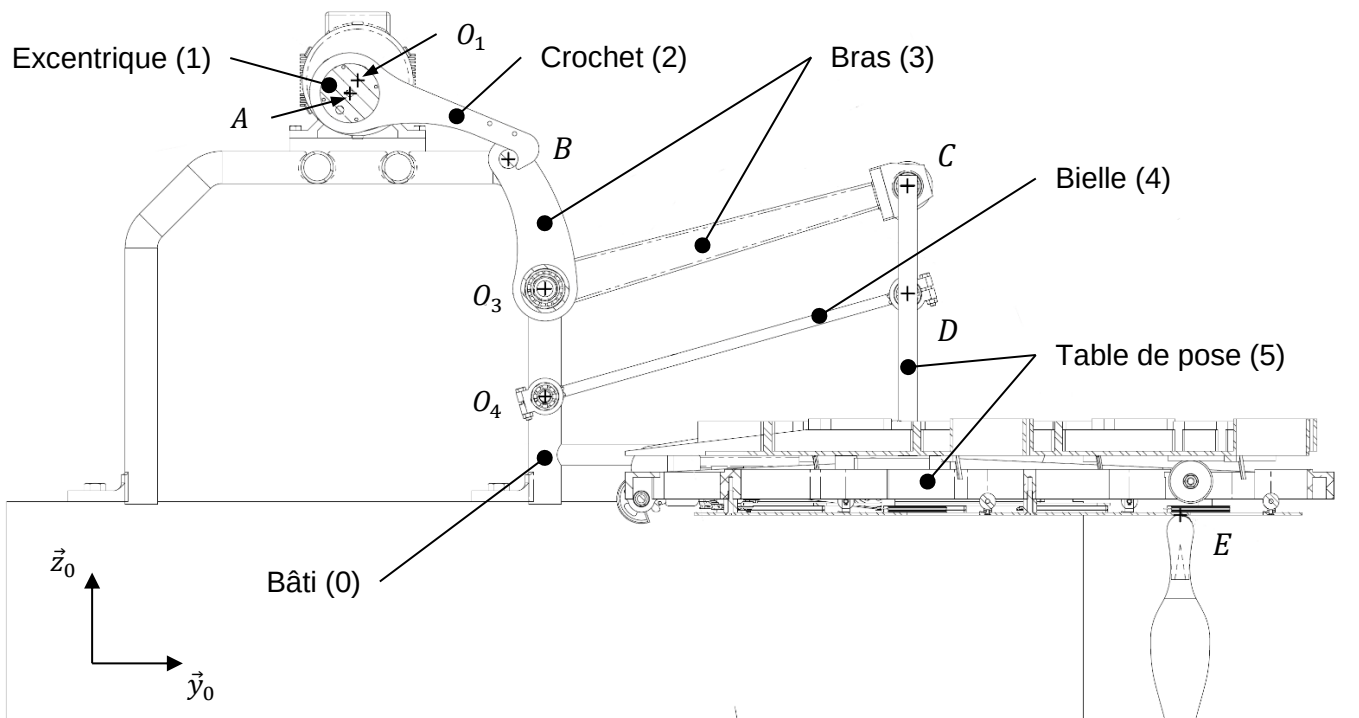


Figure 3 : Requilleur en position intermédiaire

1) Etude cinématique graphique du système d'entraînement

On donne $\vec{V}(A/0)$. Les constructions doivent être réalisées sur le document réponse DR1 et justifiées sur la copie.

- A.1. Construire I_{20} centre instantané de rotation du mouvement 2/0 et tracer $\vec{V}(B/0)$.
- A.2. Déterminer graphiquement la vitesse $\vec{V}(C/0)$.
- A.3. Définir les trajectoires des points C et D par rapport à R_0 , caractériser le mouvement de 5/0 et tracer $\vec{V}(D/0)$ et $\vec{V}(E/0)$.
- A.4. Le cahier des charges du requilleur impose $\|\vec{V}(E, 5/0)\| = 0,15 \text{ ms}^{-1}$ pour limiter la vitesse d'impact en E de la table de pose (5) sur des quilles déplacées de leur position initiale. Déterminer la vitesse maximale de la rotation (en tr/min) de l'excentrique (1) pour $e = 100 \text{ mm}$.

2) Etude cinématique analytique du système d'entraînement

On considère connues les équations résultant des fermetures de chaîne réalisées par la liaison pivot entre (2) et (3), ainsi que la liaison pivot entre (4) et (5), qui imposent entre autre $\alpha_4 = \alpha_3$ et $\alpha_5 = 0$.

- A.5. Déterminer la vitesse $\vec{V}(B/0)$ et l'accélération $\vec{A}(B/0)$ en fonction de α_1 et β (et/ou de leurs dérivées).
- A.6. Déterminer la vitesse $\vec{V}(C/0)$ et l'accélération $\vec{A}(C/0)$ en fonction de α_3 (et/ou de ses dérivées).
- A.7. Déterminer le torseur cinématique du mouvement de 5/0. Préciser la nature de ce mouvement et en déduire l'accélération $\vec{A}(E, 5/0)$.

Les notations, numérotations et repérages n'ont pas de lien entre les deux parties.

Partie B - Etude de la pince de préhension des quilles

Description : (voir Figure 4)

L'axe (3) est entraîné par la roue (1) via la bielle (5). Son déplacement provoque la rotation du doigt (2) par l'intermédiaire de la biellette (4). Le système étant symétrique, seul un doigt de la pince est représenté. Un ensemble pignon (7) / crémaillère (8) entraîne la roue (1) pour commander l'ouverture et la fermeture de la pince.

Modélisation :

On considère les mouvements dans le plan $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$, de normale $\vec{z} = \vec{z}_{0,1,2,3,4,7,8}$.

- La roue (1) de rayon R_1 est en liaison pivot d'axe $(O_1, \vec{z}_{0,1})$ avec la table de pose (0), paramètre du mouvement $\psi_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$.
- Le doigt (2) est en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z}_{0,2})$ avec la table de pose (0), paramètre du mouvement $\psi_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$.
- L'axe (3) est en liaison glissière de direction \vec{y}_0 avec la table de pose (0), paramètre du mouvement $y = \overrightarrow{O_1B} \cdot \vec{y}_{0,3}$.
- La biellette (4) est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_{3,4})$ avec l'axe (3), paramètre du mouvement $\psi_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4)$.
- Le pignon (7) de rayon R_7 est en liaison pivot d'axe $(O_7, \vec{z}_{0,7})$ avec la table de pose (0), paramètre du mouvement $\psi_7 = (\vec{x}_0, \vec{x}_7)$.
- La crémaillère (8) est en liaison glissière de direction \vec{x}_0 avec la table de pose (0), paramètre du mouvement $x = \overrightarrow{O_1O_8} \cdot \vec{x}_{0,8}$.

Par ailleurs :

- La bielle (5) de longueur b , non repérée, assure la liaison entre (3) et (1).
- La biellette (4) est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_{2,4})$ avec le doigt (2). Cette liaison n'est pas paramétrée.

- Le pignon (7) est en contact ponctuel de normale \vec{y}_0 avec la crémaillère (8) en I . Cette liaison n'est pas paramétrée.
- La crémaillère (8) est en contact ponctuel de normale \vec{y}_0 avec la roue (1) en J . Cette liaison n'est pas paramétrée.

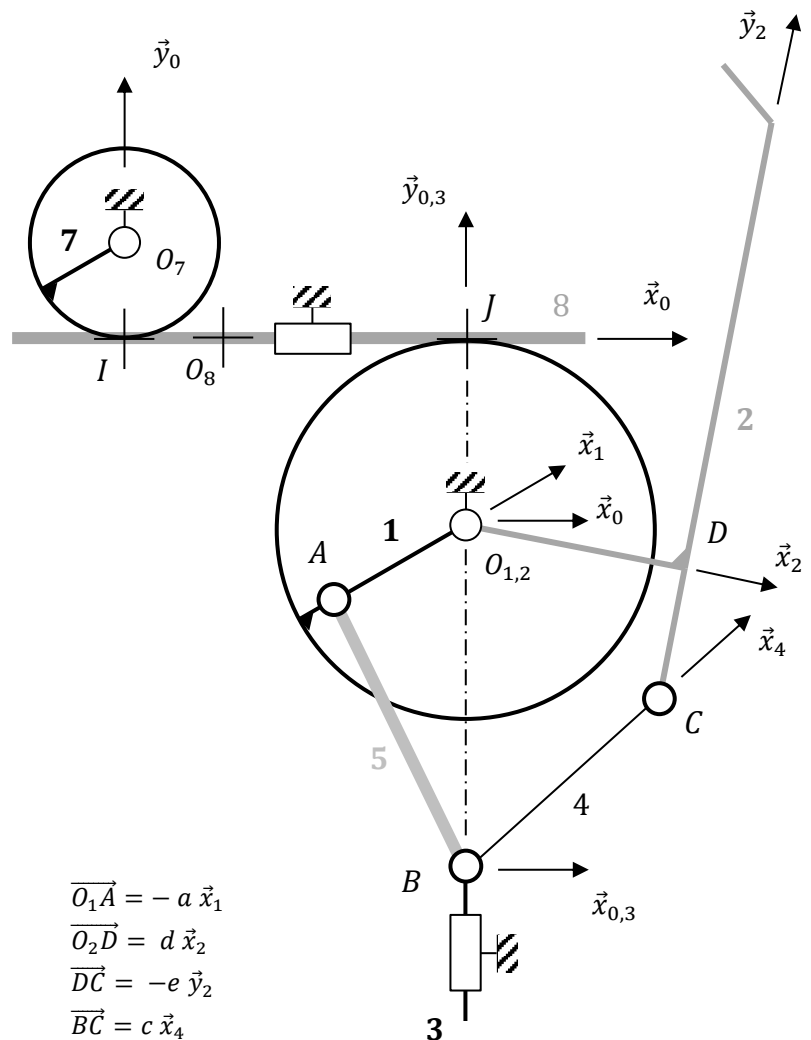


Figure 4 : Schéma cinématique de la pince

1) Etude géométrique de la pince

- B.1.** Tracer le graphe des liaisons et les figures de changement de base.
- B.2.** Développer la ou les équations traduisant la liaison entre l'axe (3) et la roue (1) réalisée par la bielle (5).
- B.3.** Développer la ou les équations traduisant la liaison entre la biellette (4) et le doigt (2).

Pour interpréter les équations de liaisons précédentes, on donne les dimensions du mécanisme proportionnellement à a , soit : $b = 2a$; $c = a\sqrt{3}$; $d = 3a/2$

- B.4.** Détermination / vérification des caractéristiques des positions « pince fermée » et « pince ouverte » :
 - a) La pince est fermée pour $\psi_1 = 0$ et $\psi_2 = 0$. Déterminer les expressions de y , ψ_4 et e dans ce cas (principalement en fonction de a). On exclura la solution positive de y et on prendra la solution comprise entre 0 et $\pi/2$ pour ψ_4 .
 - b) La pince est ouverte pour $\psi_1 = \pi/2$. Déterminer l'expression de y (en fonction de a), on exclura la solution $y = a$. Vérifier que $\psi_4 = \pi/3$ et $\psi_2 = -\pi/6$ sont solutions des équations de liaison.

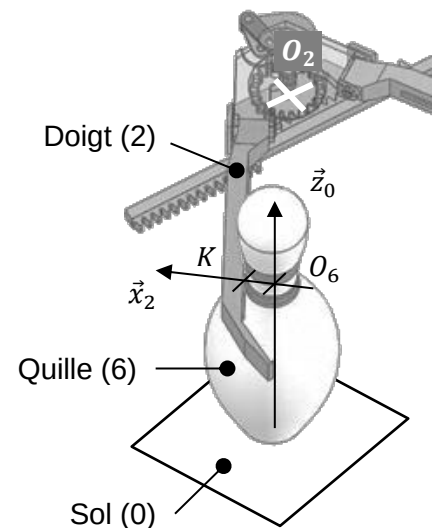
2) Etude cinématique de l'entraînement de la pince

- B.5.** Détermination des caractéristiques de l'entraînement de la pince :
 - a) En exploitant les conditions de non glissement en I et J , déterminer la vitesse $\dot{\psi}_7$ du pignon (7) et la vitesse \dot{x} de la crémaillère (8) en fonction de la vitesse $\dot{\psi}_1$ de la roue (1).
 - b) Déterminer numériquement la variation d'angle $\Delta\psi_7$ du pignon (7) et la variation de position Δx de la crémaillère (8) entre la position fermée ($\psi_1 = 0$) et ouverte de la pince ($\psi_1 = \pi/2$) pour $R_1 = 100\text{mm}$ et $R_7 = 50\text{mm}$.

Une quille (6) décentrée entre en contact avec le doigt (2) en K avant la fermeture totale de la pince (Figure ci-contre).

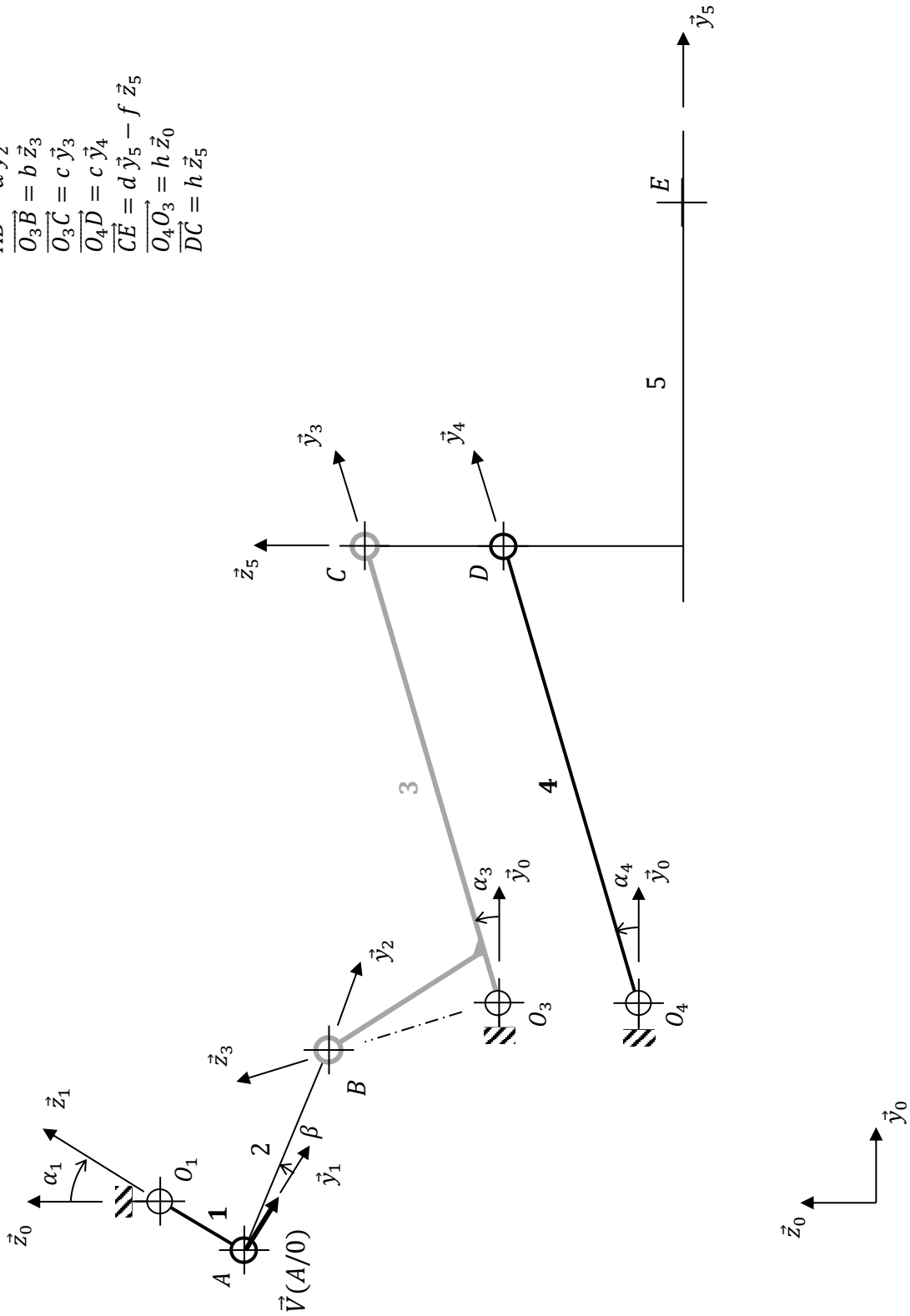
La quille (6) est en liaison appui plan de normale \vec{z}_0 avec le sol (0), le centre de sa section O_6 est repéré par $\vec{O}_2\vec{O}_6 = \lambda\vec{y}_2$ et le contact avec le doigt (2) par $\vec{O}_2\vec{K} = \lambda\vec{y}_2 + d\vec{x}_2$. Les paramètres du mouvement 6/0 sont λ et $\psi_6 = (\vec{x}_0, \vec{x}_6)$.

- B.6.** Déterminer la vitesse $\vec{V}(O_6/0)$ et développer la condition de non glissement en K .
- B.7.** On considère la trajectoire de O_6 dans R_0 représentée en pointillés sur le document réponse DR2 ; le vecteur \vec{t} est sa tangente locale de Frenet pour la position considérée. Sur le document réponse DR2 :
 - a) On donne $\vec{V}(C/0)$, construire la vitesse $\vec{V}(K, 2/0)$ et en déduire $\vec{V}(K, 6/0)$. Justifier sur la copie.
 - b) Construire graphiquement I_{60} centre instantané de rotation du mouvement de 6/0 et tracer $\vec{V}(O_6/0)$. Justifier sur la copie.
 - c) Déterminer les vecteurs roulement et pivotement en K .



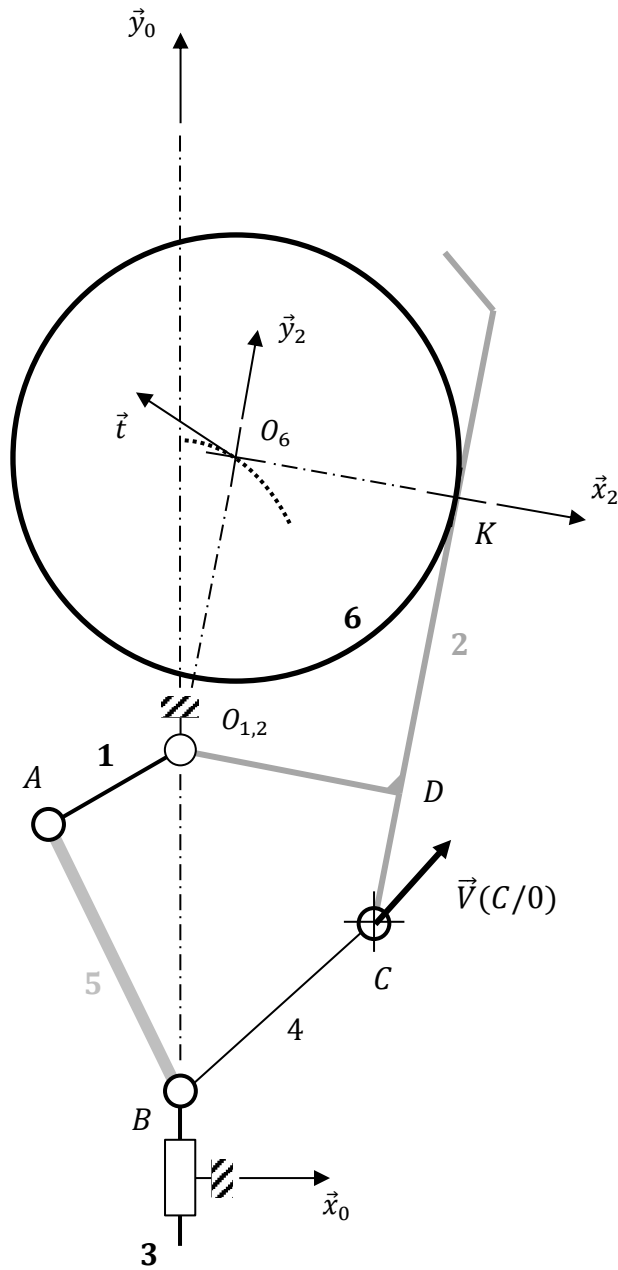
Nom :
Prénom :
Groupe :

$$\begin{aligned} \vec{O_1A} &= -e \vec{z}_1 \\ \vec{AB} &= a \vec{y}_2 \\ \vec{O_3B} &= b \vec{z}_3 \\ \vec{O_3C} &= c \vec{y}_3 \\ \vec{O_4D} &= c \vec{y}_4 \\ \vec{CE} &= d \vec{y}_5 - f \vec{z}_5 \\ \vec{O_4O_3} &= h \vec{z}_0 \\ \vec{DC} &= h \vec{z}_5 \end{aligned}$$



Document réponse DR1

Nom :
Prénom :
Groupe :



$$\overline{O_6 K} = d\vec{x}_2$$

Document réponse DR2