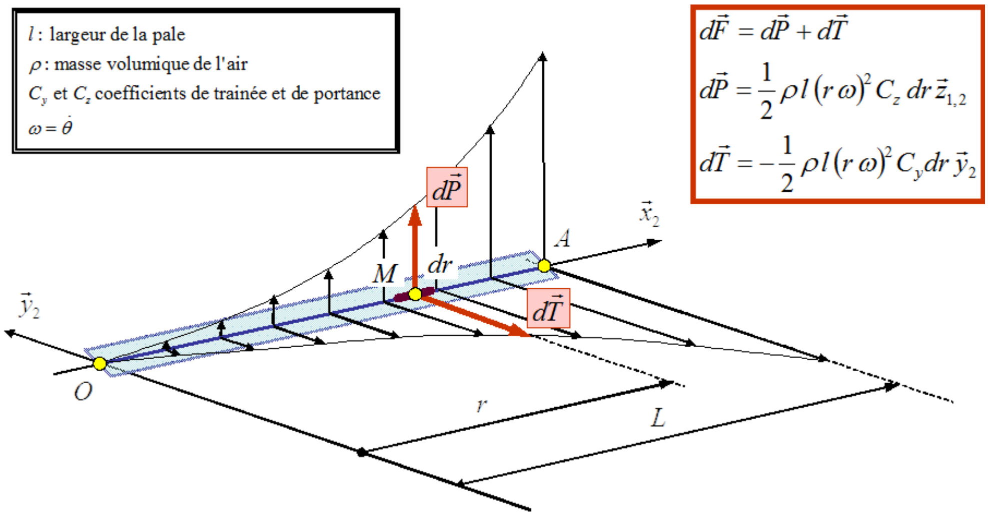
Mécanique générale – Correction

I – Statique analytique :

Actions aérodynamiques sur un rotor **d'hélicoptère**



I.1 – Eléments de réduction en O du torseur des actions aérodynamiques sur la pale.

Résultante : $\vec{R}_{air/pale} = \frac{1}{2}\rho l\omega^2\left(-C_y\,\vec{y}_2 + C_z\,\vec{z}_{1,2}\right)\int_0^L r^2 dr$ soit : $\boxed{\vec{R}_{air/pâle} = \frac{1}{2}\rho l\omega^2\frac{L^3}{3}\left(-C_y\vec{y}_2 + C_z\,\vec{z}_{1,2}\right)}$

Cette résultante pouvant s'écrire : $\boxed{\vec{R}_{air/pale} = \vec{T}_2 + \vec{P}_2}$

Où : $\boxed{\vec{T}_2 = -\frac{1}{2}\rho l\omega^2\frac{L^3}{3}C_y\vec{y}_2}$ est la composante de trainée

Et : $\boxed{\vec{P}_2 = \frac{1}{2}\rho l\omega^2\frac{L^3}{3}C_z\,\vec{z}_{1,2}}$ est la composante de portance

Moment : $d\vec{M}_{air/pale}(O) = \overline{OM}\wedge d\vec{F} = r\,\vec{x}_2\wedge d\vec{F} = -\frac{1}{2}\rho\, l\,\omega^2 r^3 dr\left(C_y\,\vec{z}_{1,2} + C_z\,\vec{y}_2\right)$

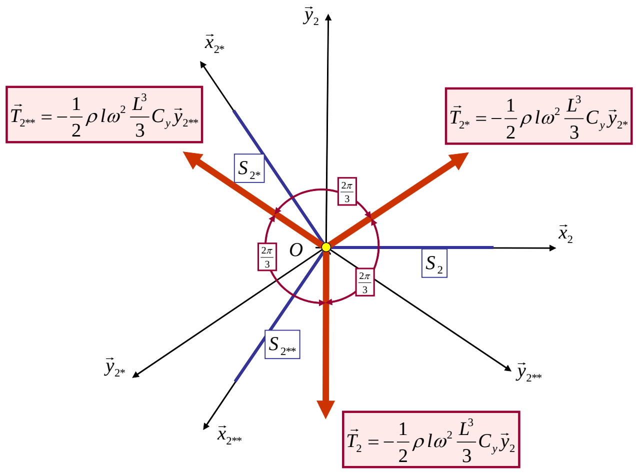
Soit : $\boxed{\vec{M}_{air/pale}(O) = \int_0^L d\vec{M}_{air/pale}(O) = -\frac{1}{2}\rho\, l\,\omega^2\frac{L^4}{4}\left(C_y\,\vec{z}_{1,2} + C_z\,\vec{y}_2\right)}$

I.2 – Eléments de réduction en O du torseur des actions aérodynamiques sur le rotor complet

Résultante :

Pour effectuer ce calcul, il est pratique d'introduire (figure ci-contre) trois repères R_2, R_{2*} et R_{2**} décalés de 120°.

Les pales étant orientées par les directions $\vec{x}_2$, $\vec{x}_{2*}$ $\vec{x}_{2**}$ de ces repères.



En notant : $\left(\vec{T}_2,\vec{P}_2\right)$, $\left(\vec{T}_{2*},\vec{P}_{2*}\right)$ $\left(\vec{T}_{2**},\vec{P}_{2**}\right)$ les trois couples (trainée, portance) s'exerçant sur ces pales

Il vient : $$\vec{P}_2+\vec{P}_{2*}+\vec{P}_{2**}=3\vec{P}_2=\frac{1}{2}\rho\, l\,\omega^2 L^3 C_z\,\vec{z}_{1,2}$$

Et (**<u>résultat donné</u>**) : $$\vec{T}_2+\vec{T}_{2*}+\vec{T}_{2**}=-\frac{1}{2}\rho\, l\,\omega^2\frac{L^3}{3}C_y\left(\vec{y}_2+\vec{y}_{2*}+\vec{y}_{2**}\right)=\vec{0}$$

Avec : $\vec{y}_2+\vec{y}_{2*}+\vec{y}_{2**}=\vec{0}$ puisqu'il s'agit de trois vecteurs normés « à 120° »

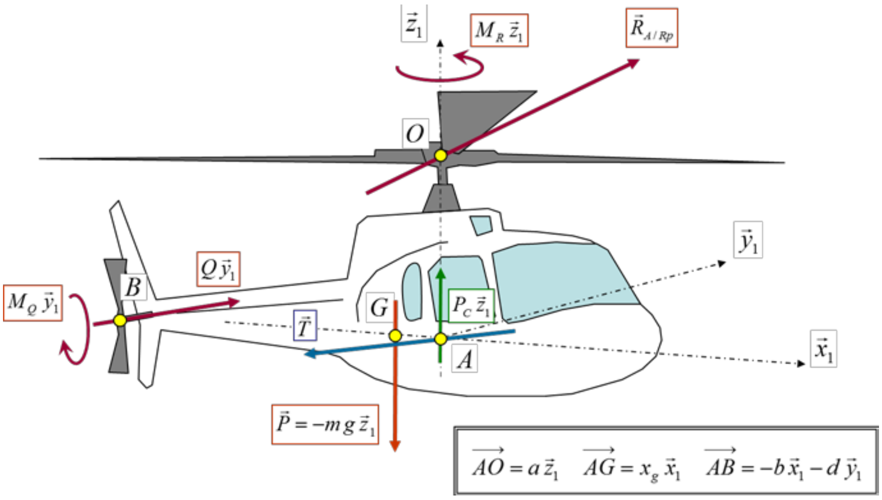
Finalement : $$\boxed{\vec{R}_{air/rotor}=3\vec{P}_2=\frac{1}{2}\rho\, l\,\omega^2 L^3 C_z\,\vec{z}_{1,2}}$$

<u>Moment :</u> De la même manière chaque composante de moment comporte un terme (en C_z) lié à la portance. Ces termes sont portés par $\vec{y}_2$, $\vec{y}_{2*}$ et $\vec{y}_{2**}$, leur somme est donc nulle comme cela était **<u>indiqué dans le sujet</u>**.

A l'inverse, les termes (en C_y) liés à la trainée sont portés par la direction commune $\vec{z}_{1,2}$, ils vont donc s'ajouter et nous aurons finalement :

$$\boxed{\vec{M}_{air/rotor}(O)=3\vec{M}_{T_2}(O)=-\frac{3}{2}\rho\, l\,\omega^2\frac{L^4}{4}C_y\,\vec{z}_{1,2}}$$

<u>Actions mécaniques globales sur l'hélicoptère</u>



<u>I.3 – Equations d'équilibre de l'hélicoptère et intérêt du rotor de queue.</u>

<u>Bilan des actions mécaniques extérieures agissant sur l'hélicoptère :</u>

<u>Poids :</u> $$\left\{T_{Poids/S_1}\right\}=\begin{cases}\vec{R}_{P/S_1}=-m\,g\,\vec{z}_1\\ \vec{M}_{P/S_1}(G)=\vec{0}\end{cases}$$

<u>Actions aérodynamiques sur les rotors :</u> $$\left\{T_{Aéro/Rotor\,Principal}\right\}=\begin{cases}\vec{R}_{A/Rp}=R_x\,\vec{x}_1+R_y\,\vec{y}_1+R_z\,\vec{z}_1\\ \vec{M}_{A/Rp}(O)=M_R\,\vec{z}_1\end{cases}$$

$$\left\{T_{Aéro/Rotor\,queue}\right\}=\begin{cases}\vec{R}_{A/Rq}=Q\,\vec{y}_1\\ \vec{M}_{A/Rq}(B)=M_Q\,\vec{y}_1\end{cases}$$

Actions aérodynamiques sur la carlingue : $\left\{T_{Aéro/Carlingue}\right\} = \begin{cases} \vec{R}_{A/Cg} = P_C\,\vec{z}_1 + T_1\,\vec{x}_1 + T_2\,\vec{y}_1 \\ \vec{M}_{A/Cg}(A) = \vec{0} \end{cases}$

Transport des moments en A et équations d'équilibre :

Poids : $\vec{M}_{P/S_1}(A) = \overrightarrow{AG} \wedge \vec{R}_{P/S_1} = m\,g\,x_g\,\vec{y}_1$

Rotors : $\vec{M}_{A/Rp}(A) = \vec{M}_{A/Rp}(O) + \overrightarrow{AO} \wedge \vec{R}_{A/Rp} = M_R\,\vec{z}_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}_1 \wedge \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} -aR_y \\ aR_x \\ M_R \end{pmatrix}_1$

$$\vec{M}_{A/Rq}(A) = \vec{M}_{A/Rq}(B) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}_{A/Rq} = M_Q\,\vec{y}_1 + \begin{pmatrix} -b \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}_1 \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Q \\ 0 \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ M_Q \\ -bQ \end{pmatrix}_1$$

Théorème de la résultante : $\vec{R}_{Ext/S_1} = \vec{0}$ $\qquad \boxed{\begin{cases} R_x + T_1 = 0 \\ R_y + T_2 + Q = 0 \\ R_z + P_C - mg = 0 \end{cases}}$

Théorème du moment : $\vec{M}_{Ext/S_1}(A) = \vec{0}$ $\qquad \boxed{\begin{cases} -a\,R_y = 0 \\ a\,R_x + m\,g\,x_g + M_Q = 0 \\ M_R - bQ = 0 \end{cases}}$

ou $\vec{M}_{Ext/S_1}(O) = \vec{0}$ $\qquad \boxed{\begin{cases} aQ + a\,T_2 = 0 \\ m\,g\,x_g + M_Q - a\,T_1 = 0 \\ M_R - bQ = 0 \end{cases}}$

La dernière équation (Théorème du moment / $(A,\vec{z}_1) = (O,\vec{z}_1)$) montre que <u>le rotor de queue s'oppose au couple M_R exercé sur le rotor principal.</u> Cela évite que l'hélicoptère ne tourne sur lui-même autour de $(A,\vec{z}_1) = (O,\vec{z}_1)$.

<u>I.4 – Contexte de fonctionnement de l'hélicoptère correspondant au torseur des actions aérodynamiques obtenu à la question 1.2.</u>

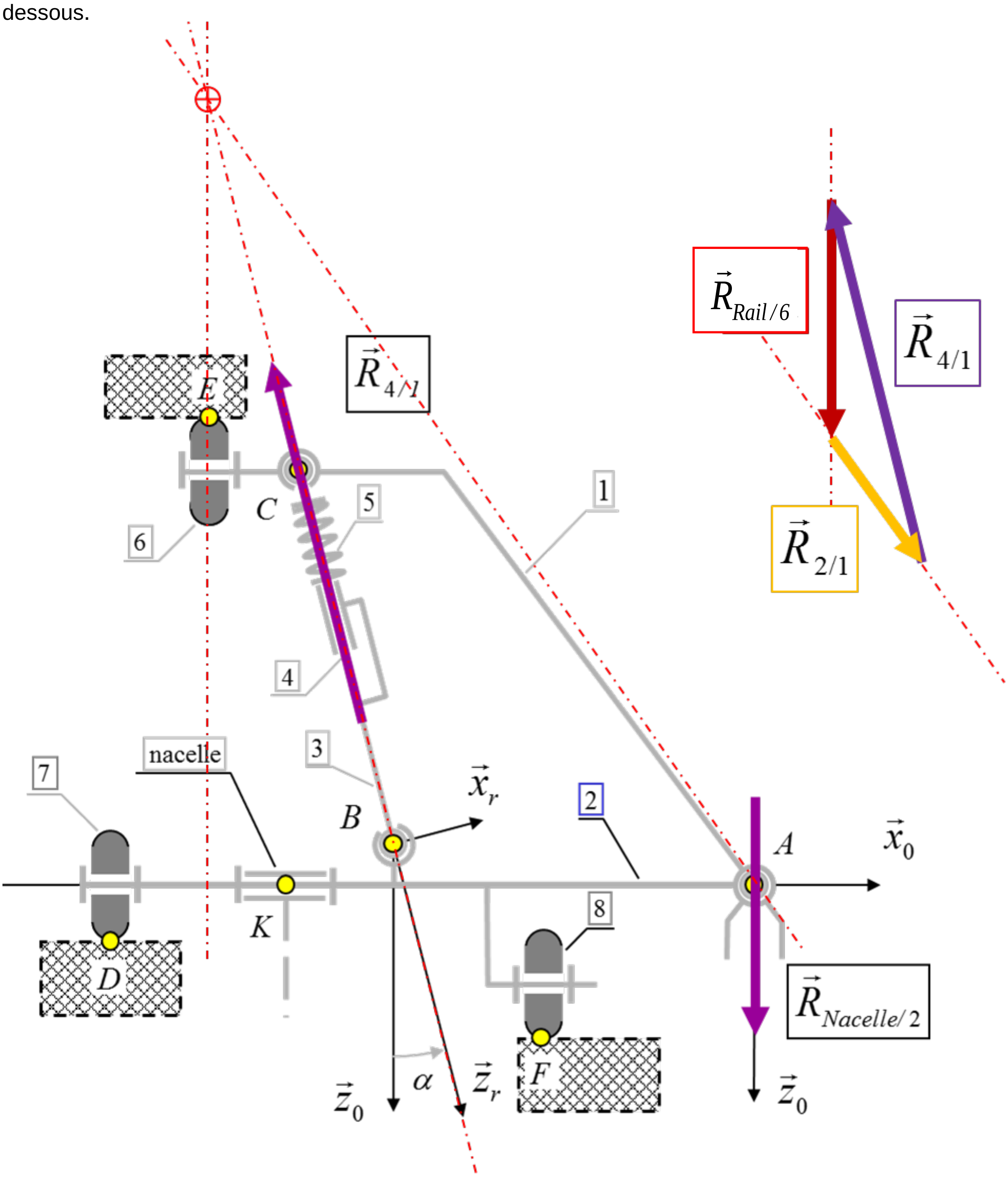
Les actions sur le rotor principal sont alors données par : $\left\{T_{Aéro/Rotor\ Principal}\right\} = \begin{cases} \vec{R}_{A/Rp} = R_z\,\vec{z}_1 \\ \vec{M}_{A/Rp}(O) = M_R\,\vec{z}_1 \end{cases}$

<u>L'hélicoptère peut alors être immobile</u> ($\vec{R}_{A/Rp}$ étant compensée par le poids) ou <u>avoir un mouvement vertical</u> ; le moment développé par le rotor principal est compensé par le rotor de queue (donc l'hélicoptère ne tourne pas sur lui-même autour de $(A,\vec{z}_1)$ - cf QI.3).

II – Statique graphique :

Etude d'une pince débrayable de télésiège

2.1 – Equilibre de l'ensemble {1,6} : Cet ensemble est soumis à trois glisseurs. L'action de 4/1 est connue ainsi que le support de l'action de 0/6. Le point de concours des trois glisseurs est donc connu, ce qui permet de tracer le support de l'action de 2/1 et de tracer l'équilibre comme effectué ci-dessous.



L'effort $\vec{R}_{4/1}$ est représenté par un vecteur de longueur 6 cm (+/- 5%), ce qui correspond à un effort de 12500 N (+/- 5%)..

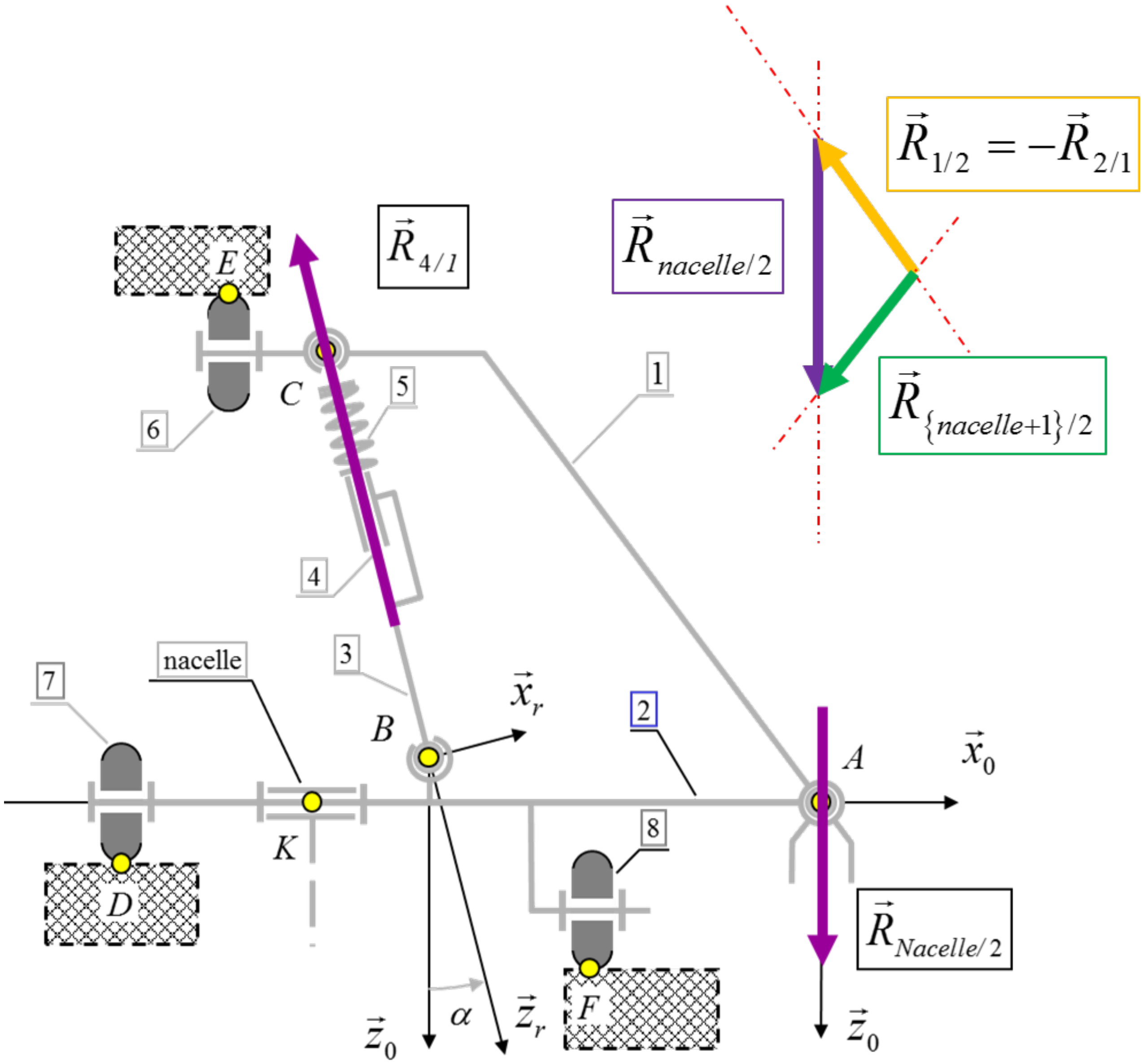
Le tracé de l'effort $\vec{R}_{Rail/6}$ conduit à un vecteur de longueur 3,8 cm (+/- 5%) soit un effort de 7915 N (+/- 5%).

Le tracé de l'effort $\vec{R}_{2/1}$ conduite à un vecteur de longueur 2,5 cm (+/- 5%) soit un effort de 5210 N (+/- 5%).

2.2 – Equilibre de l'ensemble {2, 7, 8}

A - Construction de la résultante $\vec{R}_{Nacelle+1/2}$ et valeur associée (en Newton) :

Ces deux actions sont des glisseurs passant par A. Il suffit, comme représenté ci-dessous, d'ajouter vectoriellement leurs résultantes pour obtenir leur action combinée qui sera aussi un glisseur passant par A.



L'effort $\vec{R}_{Nacelle/2}$ est représenté par un vecteur de longueur 3,8 cm (+/- 5%), soit un effort de 7915 N (+/- 5%)

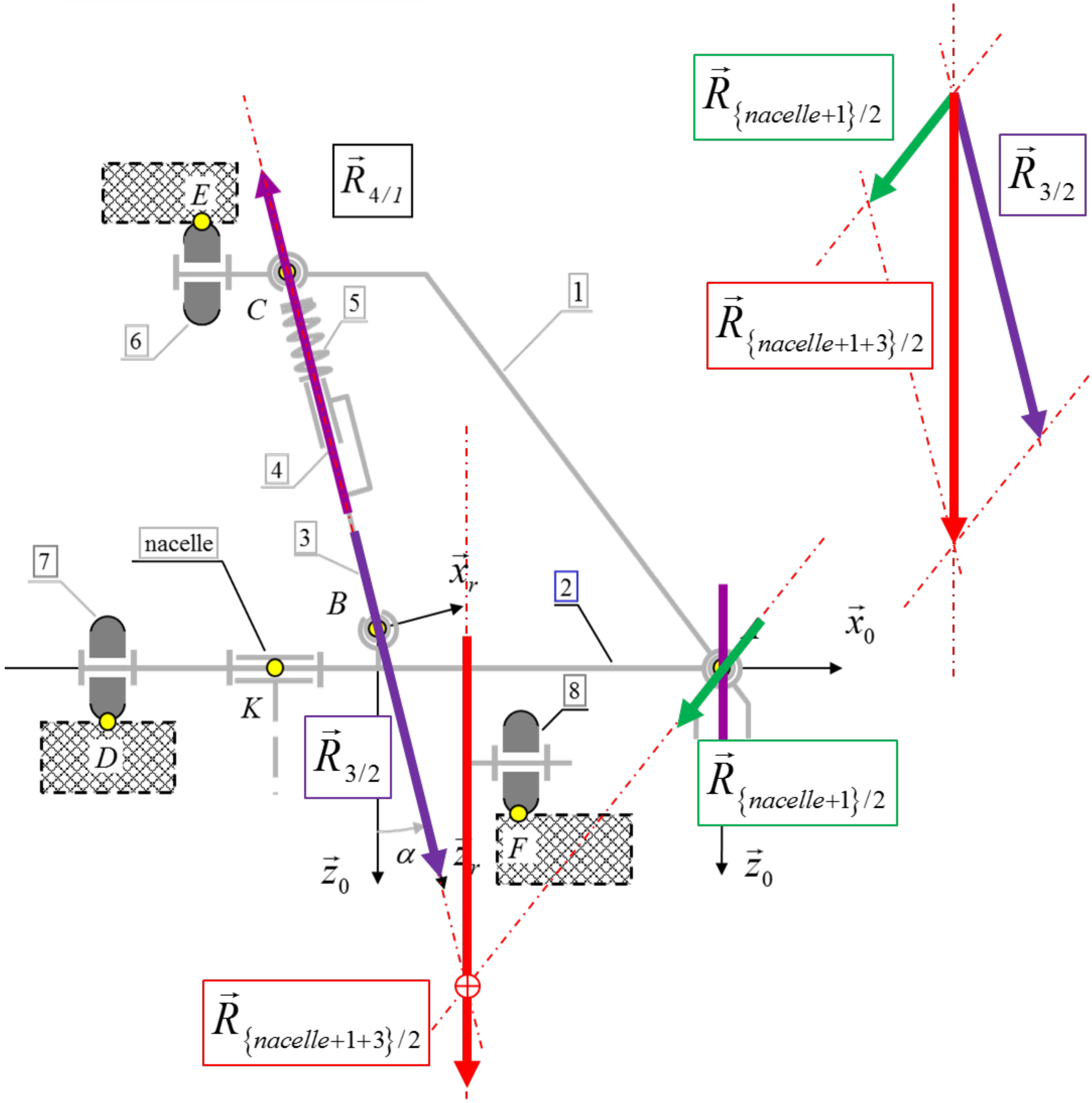
L'effort $\vec{R}_{1/2}$ est connu par le principe d'action / réaction : 2,5 cm (+/- 5%), soit un effort de 5210 N (+/- 5%).

Le tracé de l'effort $\vec{R}_{\{Nacelle+1\}/2}$ conduit à un vecteur de longueur 2,3 cm (+/- 5%), soit un effort de 4790 N (+/- 5%).

B - Construction de la résultante $\vec{R}_{Nacelle+1+3/2}$ et donner sa valeur en Newton

L'action $\vec{R}_{3/2} = -\vec{R}_{4/1}$ est obtenue en écrivant l'équilibre de l'ensemble $\{3,4,5\}$ qui est soumis à deux glisseurs.

Les actions de 3/2 et {nacelle+1}/2 sont deux glisseurs concourants. Ces deux actions sont donc réductibles à un glisseur unique tel que tracé ci-dessous.



Ce tracé étant effectué, $\vec{R}_{\{nacelle+1+3\}/2}$ est représenté par un vecteur de 7,6 cm (+/- 5%), soit 15830 N (+/- 5%).

C - Analyse de l'effort résultant : Cet effort est purement vertical, ce qui implique que les réactions en D et F n'auront pas de composante tangentielle. Ceci est intéressant pour le fonctionnement car les contacts galets / appuis ne seront pas sollicités transversalement et la pince n'aura pas tendance à « déraper ».

Equilibre de l'ensemble {2, 7, 8} : Il ne peut pas être entrepris graphiquement car les points d'intersection des supports sont rejetés à l'infini. Pour résoudre, il faut écrire l'équation de moment en plus de l'équation de résultante. Les bras de levier peuvent facilement être mesurés sur la figure si l'on connait son échelle de construction.