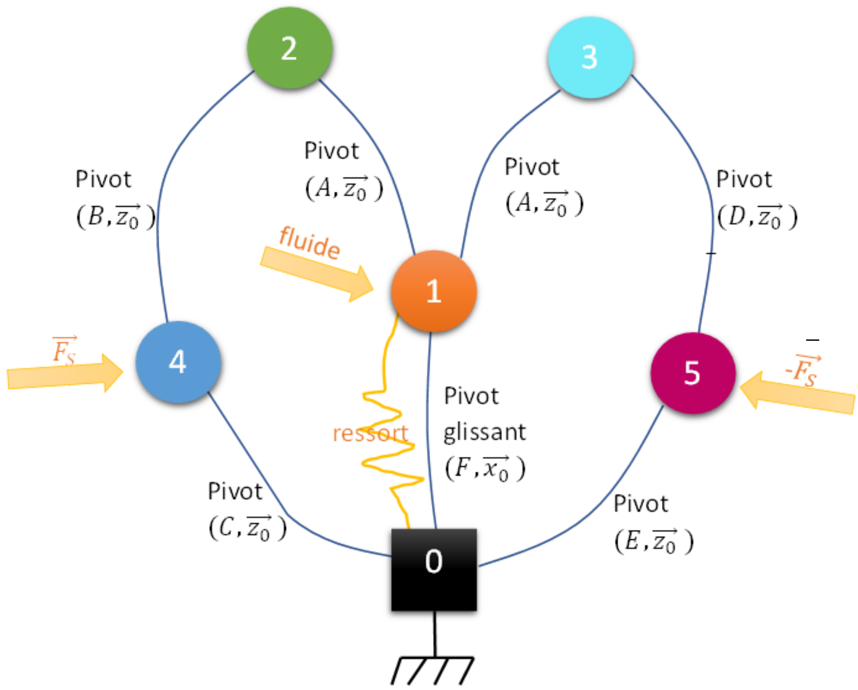
Correction IE1 Statique - Pince schraders-belows

Graphe des liaisons



<u>Remarque générale</u> : Les torseurs seront notés en colonne dans la base 0

1. **Question préliminaire : Action mécanique de pression sur 1**

   La pression étant uniforme sur l'ensemble du disque, on a $\overrightarrow{F_p} = p * S$, et par symétrie, les moments élémentaires se compensent au centre du disque. Ainsi :

$$\{F_{fluide\to 1}\} = \begin{Bmatrix} X_p & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G \quad \text{avec} \quad X_p = p\pi\frac{D^2}{4}$$

Action mécanique du ressort sur 1 :

D'après les données de l'énoncé : $F_{R/1} = -K\Delta L - F_o$

Et le torseur s'écrit, en A, ou tout autre point de l'axe $(A, \overrightarrow{x_0})$:

$$\{F_{R\to 1}\} = \begin{Bmatrix} F_{R/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,G}$$

2. **Bilan inconnues:**

Inconnues	2D
6 pivots	12
1 pivot glissant (glissière)	2
Pression p	1
	15

3. PFS appliqué à <u>2</u> au point A

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures à **<u>2</u>** :

- Action de **<u>4</u>** sur **<u>2</u>** en B : liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$

$$\{F_{4\to2}\} = \begin{Bmatrix} X_{42} & - \\ Y_{42} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} X_{42} & - \\ Y_{42} & - \\ - & (e-a)Y_{42} - \left(b + \frac{d}{2}\right)X_{42} \end{Bmatrix}_A$$

- Action de **<u>1</u>** sur **<u>2</u>** en A : liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$

$$\{F_{1\to2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & - \\ Y_{12} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_A$$

PFS en A :

$$\boxed{\begin{cases} X_{42} + X_{12} = 0 & (R2x) \\ Y_{42} + Y_{12} = 0 & (R2y) \\ (e-a)Y_{42} - \left(b + \frac{d}{2}\right)X_{42} = 0 & (M2z) \end{cases}}$$

4. PFS appliqué à <u>1</u> au point A

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures à **<u>1</u>** :

- L'action du ressort sur **<u>1</u>** : $\{F_{R\to1}\} = \begin{Bmatrix} F_{R/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,G,O_0}$ où $F_{R/1} = -K\Delta L - R_o$
- L'action du fluide sur **<u>1</u>** : $\{F_{fluide\to2}\} = \begin{Bmatrix} X_p & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G,A}$ avec $X_p = p\pi\frac{D^2}{4}$
- L'action de **<u>3</u>** sur **<u>1</u>** : liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$

$$\{F_{3\to1}\} = \begin{Bmatrix} X_{31} & - \\ Y_{31} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_A$$

- L'action de **<u>2</u>** sur **<u>1</u>** $\{F_{2\to1}\} = -\{F_{1\to2}\}$ (déjà exprimée)
- L'action de **<u>0</u>** sur **<u>1</u>** : liaison pivot glissant d'axe $(F, \overrightarrow{x_0})$

$$\{F_{0\to1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{01} & - \\ - & N_{01} \end{Bmatrix}_A$$

PFS en A :

$$\boxed{\begin{cases} X_p + F_{R/1} + X_{31} - X_{12} = 0 & (R1x) \\ Y_{01} + Y_{31} - Y_{12} = 0 & (R1y) \\ N_{01} = 0 & (M1z) \end{cases}}$$

5. PFS appliqué à <u>4</u> au point C

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures sur **<u>4</u>** :

- L'action de **<u>2</u>** sur **<u>4</u>** : $\{F_{2\to4}\} = -\{F_{4\to2}\}$

$$\{F_{2\to4}\} = \begin{Bmatrix} -X_{42} & - \\ -Y_{42} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -X_{42} & - \\ -Y_{42} & - \\ - & bX_{42} + aY_{42} \end{Bmatrix}_C$$

- L'action de **<u>0</u>** sur **<u>4</u>** : Liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{z_0})$

$$\{F_{0\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{04} & - \\ Y_{04} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_C$$

- L'action de **S** sur **4** en H : $\{F_{S\to4}\} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ F_S & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_H = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ F_S & - \\ - & cF_S \end{Bmatrix}_C$

PFS en C :

$$\boxed{\begin{cases} -X_{42} + X_{04} = 0 & (R4x) \\ -Y_{42} + Y_{04} + F_S = 0 & (R4y) \\ bX_{42} + aY_{42} + cF_S = 0 & (M4z) \end{cases}}$$

6. X_p en fonction de S et $F_{R/2}$

En raison de la symétrie du système, on vérifie les équations suivantes

$(i)\ X_{31} = X_{21}$ $(ii)\ Y_{31} = -Y_{21}$ $(iii)\ Y_{01} = 0$

$(iv)\ X_{24} = X_{35}$ $(v)\ Y_{04} = -Y_{05}$ $(vi)\ X_{04} = X_{05}$ $(vii)\ Y_{24} = -Y_{35}$

On injecte les résultats donnés dans nos équations :

$$\begin{cases} X_{42} + X_{12} = 0 & (R2x) \\ Y_{42} + Y_{12} = 0 & (R2y) \\ (e-a)Y_{42} - \left(b + \frac{d}{2}\right)X_{42} = 0 & (M2z) \end{cases} \quad \begin{cases} X_p + F_{R/1} - 2X_{12} = 0 & (R1x) \\ 0 = 0 & (R1y) \\ 0 = 0 & (M1z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -X_{42} + X_{04} = 0 & (R4x) \\ -Y_{42} + Y_{04} + F_S = 0 & (R4y) \\ bX_{42} + aY_{42} + cF_S = 0 & (M4z) \end{cases}$$

On injecte $(M2z)$ dans $(M4z)$: $\left(b + a\frac{b+\frac{d}{2}}{e-a}\right)X_{42} + cF_S = 0$

En y injectant $(R2x)$: $-\left(b + a\frac{b+\frac{d}{2}}{e-a}\right)X_{12} + cF_S = 0$

Enfin, on injecte cette équation dans $(R1x)$: $X_p + F_{R/2} - 2c\left(b + a\frac{b+\frac{d}{2}}{e-a}\right)^{-1} F_S = 0$

Finalement :

$$\boxed{X_p = -F_{R/2} + 2c\left(\frac{e-a}{b(e-a) + a\left(b+\frac{d}{2}\right)}\right)F_S}$$

7. A.N : $-F_{R/2} = K\Delta L + R_0 = 10 * 13 + 10 = 140N$

$$2c\left(\frac{e-a}{b(e-a) + a\left(b+\frac{d}{2}\right)}\right)F_S = 2 * 54 * \left(\frac{32-27}{10*(32-27) + 27*(10+11)}\right) * 80 = 70N$$

Donc : $X_p = 210N$

$p = \frac{4X_p}{\pi D^2} = 218e^3\ Pa$ = 2.18e5 N/m²

8. **Effort de <u>4</u> sur <u>0</u>**
   - On isole <u>2</u> : solide soumis à 2 glisseurs. D'après le PFS, les deux forces seront égales en normes, opposées, et de même support (AB)
   - On isole **<u>4</u>** : solide soumis à 3 glisseurs coplanaires

B.A.M.E	**Direction**	**Norme**
<u>S</u> sur **<u>4</u>**	Connue	Connue
<u>0</u> sur **<u>4</u>**	?	?
<u>2</u> sur **<u>4</u>**	(AB) *d'après isolement de 2*	?

Les 3 forces sont concourantes au point I_4 et le triangle des forces nous donne les sens et normes manquants.

9. **Effort de <u>2</u> sur <u>1</u>**
   - L'isolement de **<u>1</u>** et la connaissance de $\overrightarrow{F_{24}} = -\overrightarrow{F_{42}}$ nous donne $\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}} = -\overrightarrow{F_{42}},$

10. **Effort du fluide sur <u>1</u>**
   - On isole **<u>1</u>** :

B.A.M.E	**Direction**	**Norme**
<u>2</u> sur **<u>1</u>**	Connue (AB)	Connue
<u>3</u> sur **<u>1</u>**	Déduite de F21 par symétrie	Déduite de F21 par symétrie
Ressort sur 1	Connue	connue
Fluide sur 1	Connue	?

On construit la somme vectorielle pour déterminer la force du fluide sur **<u>1</u>**.

11. **AN : Effort du fluide sur <u>1</u>** → avec l'échelle proposée, on trouve autour de 448N $\pm 10\%$.

On remarque que la configuration proposée

CORRECTION PARTIE GRAPHIQUE