Étude d'un mécanisme de frappe de flipper

Partie 1 : Géométrie des masses du solide S3

Question 1.1

$$\left(\sum_{i=1}^{4} m_i\right).\overrightarrow{OG_3} = \sum_{i=1}^{4} m_{3i}\overrightarrow{OG_{3i}}$$

$$m_3\overrightarrow{OG_3} = m_{31}\left|\begin{matrix}-L_2\\-H_1\\0\end{matrix}\right._3 + m_{32}\left|\begin{matrix}-L_2\\H_2\\0\end{matrix}\right._3 + m_{33}\left|\begin{matrix}-L_3\\0\\0\end{matrix}\right._3 + m_{34}\left|\begin{matrix}L_4\\H_4\\0\end{matrix}\right._3$$

$$\overrightarrow{OG_3} = \frac{1}{m_3}\left|\begin{matrix}-(m_{31}+m_{32})L_2 - m_{33}L_3 + m_{34}L_4\\-m_{31}H_1 + m_{32}H_2 + m_{34}H_4\\0\end{matrix}\right._3$$

Question 1.2

Condition $\overrightarrow{OG_3}\cdot\overrightarrow{x_0} = 0$ $\qquad$ $(m_{31}+m_{32})L_2 = m_{34}L_4 - m_{33}L_3$

Question 1.3 $\qquad \bar{\bar{I}}(G_{33},S_{33}) = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & \frac{m_{33}L_{33}^2}{12} & 0\\0 & 0 & \frac{m_{33}L_{33}^2}{12}\end{bmatrix}_{R_3}$ (cf formulaire)

Question 1.4 $\qquad \bar{\bar{I}}(G_{31},S_{31}) = \begin{bmatrix}A_1 & 0 & 0\\0 & B_1 & 0\\0 & 0 & C_1\end{bmatrix}_{R_3}$ car $(G_{31},\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3})$ et $(G_{31},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$ sont plans de symétrie pour $\boldsymbol{S_{31}}$

$\overrightarrow{OG_{31}} = \left|\begin{matrix}-L_2\\-H_1\\0\end{matrix}\right.$ $\qquad$ Huygens $\bar{\bar{I}}(O,S_{31}) = \begin{bmatrix}A_1+m_{31}{H_1}^2 & -m_{31}H_1L_2 & 0\\-m_{31}H_1L_2 & B_1+m_{31}{L_2}^2 & 0\\0 & 0 & C_1+m_{31}({H_1}^2+{L_2}^2)\end{bmatrix}_{R_3} =$

Question 1.5

$\bar{\bar{I}}(O,S_{32}) = \begin{bmatrix}A_2 & -F_2 & 0\\-F_2 & B_2 & 0\\0 & 0 & C_2\end{bmatrix}_{R_3}$ et $\bar{\bar{I}}(O,S_{34}) = \begin{bmatrix}A_4 & -F_4 & 0\\-F_4 & B_4 & 0\\0 & 0 & C_4\end{bmatrix}_{R_3}$ car seul $(O,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3})$est plan de symétrie

Question 1.6

$$\bar{\bar{I}}(O,S_3) = \bar{\bar{I}}(O,S_{31}) + \bar{\bar{I}}(O,S_{32}) + \bar{\bar{I}}(O,S_{33}) + \bar{\bar{I}}(O,S_{34})$$

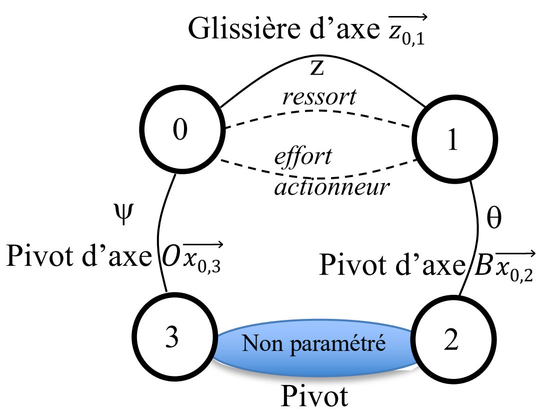
$\overrightarrow{OG_{33}} = \left|\begin{matrix}-L_3\\0\\0\end{matrix}\right.$ $\qquad$ Huygens : $\bar{\bar{I}}(O,S_{33}) = \bar{\bar{I}}(G_{33},S_{33}) + \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & m_{33}{L_3}^2 & 0\\0 & 0 & m_{33}{L_3}^2\end{bmatrix}_{R_3} =$

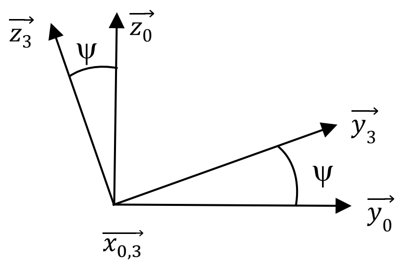
$$\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & \frac{m_{33}{L_{33}}^2}{12}+m_{33}{L_3}^2 & 0\\0 & 0 & \frac{m_{33}{L_{33}}^2}{12}+m_{33}{L_3}^2\end{bmatrix}_{R_3}$$

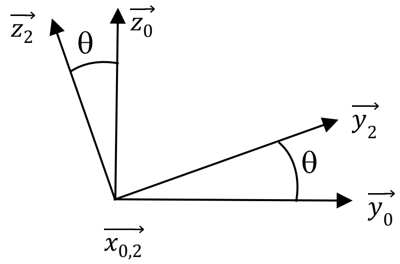
$$\bar{\bar{I}}(O,S_3) = \begin{bmatrix}A_1+A_2+A_4+m_{31}{H_1}^2 & -m_{31}H_1L_2-F_2-F_4 & 0\\-m_{31}H_1L_2-F_2-F_4 & \frac{m_{33}{L_{33}}^2}{12}+B_1+B_2+B_4+m_{31}{L_2}^2+m_{33}{L_3}^2 & 0\\0 & 0 & C_1+C_2+C_4+\frac{m_{33}{L_{33}}^2}{12}+m_{31}({H_1}^2+{L_2}^2)+m_{33}{L_3}^2\end{bmatrix}_{R_3}$$

Partie 2 : Cinétique et dynamique

Question 2.1







(les liens « ressort » et « effort actionneur » ne sont pas exigés)

Question 2.2

$$\{F_{ressort/1}\}_B = \begin{Bmatrix} -k(z-z_0)\,\overrightarrow{z_{0,1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Question 2.3 O est un point de $\boldsymbol{S_3}$ fixe dans R_0.

$$\{\mathcal{C}_{3/0}\}_O = \begin{Bmatrix} m_3\,\overrightarrow{V(G,3/0)} \\ \bar{\bar{I}}(O,S_3)\cdot\overrightarrow{\Omega_{3/0}} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} m_3\,y_G\dot{\psi}\overrightarrow{z_3} \\ A_3\dot{\psi}\overrightarrow{x_{0,3}} - F_3\dot{\psi}\overrightarrow{y_3} \end{Bmatrix}_O$$

$$\overrightarrow{V(G,3/0)} = y_G\dot{\psi}\overrightarrow{z_3} \qquad \bar{\bar{I}}(O,S_3)\cdot\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = A_3\dot{\psi}\overrightarrow{x_{0,3}} - F_3\dot{\psi}\overrightarrow{y_3}$$

Le problème étant plan, la composante $/\overrightarrow{y_3}$ du moment cinétique contenant F_3 sera naturellement nulle.

Question 2.4 O est un point de $\boldsymbol{S_3}$ fixe dans R_0.

$$\{\mathcal{D}_{3/0}\}_O = \begin{Bmatrix} m_3\,\overrightarrow{\Gamma(G_3,3/0)} \\ \frac{d}{dt}\left(\bar{\bar{I}}(O,S_3)\cdot\overrightarrow{\Omega_{3/0}}\right) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} m_3\,(y_G\ddot{\psi}\overrightarrow{z_3} - y_G\dot{\psi}^2\overrightarrow{y_3}) \\ A_3\ddot{\psi}\overrightarrow{x_{0,3}} - F_3\ddot{\psi}\overrightarrow{y_3} - F_3\dot{\psi}^2\overrightarrow{z_3} \end{Bmatrix}_O$$

Le problème étant plan, les composantes $/\overrightarrow{y_3}$ et $/\overrightarrow{z_3}$ du moment dynamique contenant F_3 seront nulles.

Question 2.5 Le solide $\boldsymbol{S_1}$ est en mouvement de translation rectiligne par rapport à $\boldsymbol{S_1}$

$$\{\mathcal{C}_{1/0}\}_B = \begin{Bmatrix} m_1\,\overrightarrow{V(G_1,1/0)} \\ \bar{\bar{I}}(B,S_1)\cdot\overrightarrow{\Omega_{1/0}} + \overrightarrow{BG_1}\wedge m_1\,\overrightarrow{V(G_1,1/0)} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} m_1\,\dot{z}\overrightarrow{z_{0.1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \;\left(\overrightarrow{BG_1}\ \mathit{et}\ m_1\,\overrightarrow{V(G_1,1/0)}\ \mathit{sont\ colinéaires}\right)$$

$$\{\mathcal{D}_{1/0}\}_B = \begin{Bmatrix} m_1\,\ddot{z}\overrightarrow{z_{0.1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Question 2.6 Établir l'équation issue du théorème de la résultante dynamique appliqué à **S1** selon $\overrightarrow{z_{0,1}}$.

$$\overrightarrow{\mathrm{R}_{ext/1}} \cdot \overrightarrow{z_{0.1}} = m_1\, \overrightarrow{\Gamma(\mathrm{G}_1, 1/0)} \cdot \overrightarrow{z_{0.1}}$$

B.A.M.E.

Glissière 0/1	Action biellette 2/1	Action ressort/1	Action Electro-aimant/1
$\begin{Bmatrix} - & L_{01} \\ Y_{01} & - \\ 0 & - \end{Bmatrix}_{B,R_0}$	$\begin{Bmatrix} - & 0 \\ -F\cos\theta & - \\ -F\sin\theta & - \end{Bmatrix}_{B,R_0}$	$\begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ -k(z-z_0) & - \end{Bmatrix}_{B,R_0}$	$\{F_{E/1}\}_B = \begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ f(z) & - \end{Bmatrix}_{B,R_0}$

Rappel : action du poids négligée

Equation du TRD appliqué à **S1** selon $\overrightarrow{z_{0,1}}$. : $-F\sin\theta - k(z-z_0) + f(z) = m_1\,\ddot{z}$

Question 2.7 Établir l'équation issue de l'application du théorème du moment dynamique à **S3** en O selon $\overrightarrow{x_{0,1,2,3}}$.

$$\overrightarrow{\mathrm{M}_{ext/1}(O)} \cdot \overrightarrow{x_{0,1,2,3}} = m_3\, \overrightarrow{\delta(O, 3/0)} \cdot \overrightarrow{x_{0,1,2,3}}$$

B.A.M.E.

Pivot 0/3	Action biellette 2/3	Action de pesanteur/3
$\begin{Bmatrix} - & 0 \\ Y_{03} & - \\ Z_{03} & - \end{Bmatrix}_{O,R_0}$	$\begin{Bmatrix} - & 0 \\ F\cos\theta & - \\ F\sin\theta & - \end{Bmatrix}_{C,R_0}$	$\begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ 0 & - \end{Bmatrix}_{G_3,R_0}$
	$\begin{Bmatrix} - & eF\sin(\theta-\psi) \\ F\cos\theta & - \\ F\sin\theta & - \end{Bmatrix}_{O,R_0}$	$\begin{Bmatrix} - & 0 \\ 0 & - \\ 0 & - \end{Bmatrix}_{G_3,R_0}$

$$\overrightarrow{OC} \wedge \vec{F} = e\overrightarrow{y_3} \wedge \begin{vmatrix} - \\ F\cos\theta \\ F\sin\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} - \\ e\cos\psi \\ e\sin\psi \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} - \\ F\cos\theta \\ F\sin\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} eF\,(\cos\psi\sin\theta - \sin\psi\cos\theta) \\ - \\ - \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} eF\sin(\theta-\psi) \\ - \\ - \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG_3} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} - \\ \mathrm{y_G}\cos\psi \\ \mathrm{y_G}\sin\psi \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} - \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ - \\ - \end{vmatrix}$$

Equation du TMD appliqué à **S3** en O selon $\overrightarrow{x_{0,1,2,3}}$: $eF\sin(\theta-\psi) = A_3\ddot{\psi}$