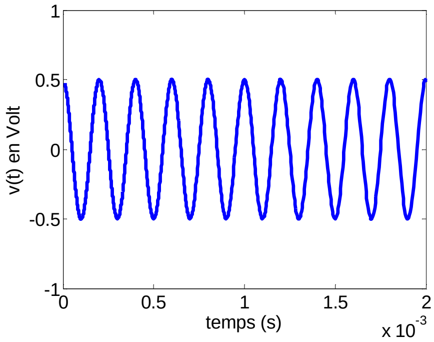
PC Deuxième Année — **Année 2015/2016**

Physique : Interrogation n°1 – corrigé – barème

Jeudi 22 octobre 2015 — **Durée : 1h30**

Exercice 1 : Etude d'un filtre basé sur un circuit «bouchon »

QP



(Noter la <u>fréquence à 5kHz</u> et l'<u>amplitude crête à crête de 1V</u>)

Harmonique à f_1 filtrée, il ne reste que l'harmonique à f_2 d'amplitude 0,5V

1

L'impédance du circuit bouchon s'écrit :

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}}, \text{ ou encore } Z = \frac{jL\omega}{\frac{jL\omega}{R} + 1 - LC\omega^2}$$

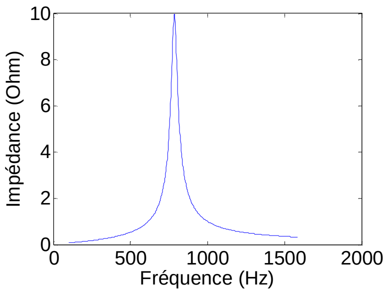
2

Cas limites : $\omega \to 0 : Z \to 0$ et $\omega \to +\infty : Z \to 0$

3

Pour ω_0 : $Z = R$

4



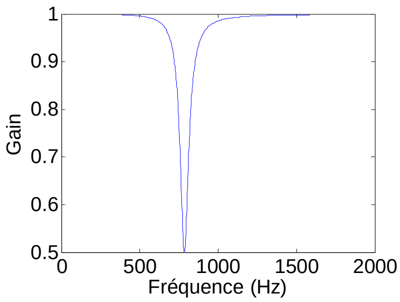
(Noter l'allure de la courbe, l'indication de la pulsation ω_0 et la valeur de l'impédance associée)

5

Le rapport des tensions s'écrit $G = |\underline{H}(j\omega)| = \left|\frac{Z_u}{Z_u + Z}\right|$ (pont diviseur de tension)

Pour $\omega \to 0$ et $\omega \to +\infty$: $G \to 1$. Pour ω_0 : $G \to \frac{Z_u}{Z_u + R}$

On obtient donc le graphe suivant :



6	<u>Pour diviser par deux</u> la tension d'entrée ($20\log_{10}\left(\lvert G(\omega_0)\rvert\right) = -6\text{dB}$), il faut choisir $\underline{R = R_u = 10\,\Omega}$. Pour avoir une fréquence de résonance à 785 Hz, avec $LC\omega_0^2 = 1$, il faut choisir $C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{0{,}1\times10^{-3}\times(2\times\pi\times785)^2} = 411\,\mu\text{F}$
	Total : 7,5

Exercice 2 : Les boucles magnétiques du soleil	
1	Conservation du flux : $\underline{div(\vec{B}) = 0}$ ou $\underline{\oiint_{(S)\ fermée} \vec{B}\cdot\vec{dS} = 0}$
2	$\oiint \vec{B}\cdot\vec{dS} = \iint_{\Sigma_1} \vec{B}\cdot\vec{dS_1} + \iint_{\Sigma_2} \vec{B}\cdot\vec{dS_2} + \iint_{(S)latérale} \vec{B}\cdot\vec{dS_l} = \iint_{\Sigma_1} \vec{B}\cdot\vec{dS_1} + \iint_{\Sigma_2} \vec{B}\cdot\vec{dS_2} = 0 \quad car \quad \vec{dS_l} \perp \vec{B}.$ $\Phi_{sortant(\Sigma_1)} = -\Phi_{sortant(\Sigma_2)} = -\Phi_{entrant(\Sigma_1)} \quad \Leftrightarrow \quad \Phi_{sortant(\Sigma_2)} = \Phi_{entrant(\Sigma_1)}$ (Exiger que les normales soient représentées sur le schéma, sinon 0,5/1) Le flux rentrant à travers Σ_1 est égal au flux sortant à travers Σ_2 **Commentaire :** La norme de B est plus petite sur Σ_2 que sur Σ_1 (si Σ_2 est plus grande que Σ_1 comme sur le schéma) car le flux est le même.
3	$\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0\,\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \mu_0\,\vec{j}$ en régime stationnaire $-\frac{\partial B_{1,z}}{\partial r}\,\vec{u_\theta} = \mu_0\,\vec{j_1}$ $\vec{j_1} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial B_{1,z}}{\partial r}\,\vec{u_\theta}$ $\vec{j_1}$ est orthoradial suivant $+\vec{u_\theta}$ car $\frac{\partial B_{1,z}}{\partial r} < 0$
4	$\vec{dF_1} = \vec{j_1}\wedge\vec{B_1}\,d\tau = j_1\,\vec{u_\theta}\wedge B_{1,z}\,\vec{u_z}\,d\tau = j_1\,B_{1,z}\,d\tau\,\vec{u_r}$ $\vec{dF_1} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial B_{1,z}}{\partial r}B_{1,z}\,d\tau\,\vec{u_r}$ $\vec{dF_1}$ est orienté vers l'extérieur ($+\vec{u_r}$) car $\frac{\partial B_{1,z}}{\partial r} < 0$ Cette force tend à « évaser / élargir » le tube de champ
5	Maintenant $\vec{j_2} = j_{2,z}(\text{r})\,\vec{u_z}$ Tous les plans contenant Oz sont des plans de symétrie de la distribution des courants et B est perpendiculaire aux plans de symétrie ➔ or, tout point M est sur un plan de symétrie ➔ $\vec{B}(r,\theta,z)$ est alors orthoradial Invariance par rotation et translation autour de Oz ➔ $\vec{B} = \vec{B}(r)\vec{u_\theta}$
6	<u>Application du théorème d'Ampère</u> : $\oint_{\Gamma^+} \vec{B_2}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \sum_{algébrique} I_{enlacé}$ Contour =<u>cercle de rayon r</u> et <u>orienté selon $\vec{u_\theta}$</u> $\oint_{cercle\ de\ rayon\ r} \vec{B_2}\cdot\vec{dl} = \oint B_2(r)\vec{u_\theta}\cdot dl\vec{u_\theta} = 2\pi r B_2(\text{r})$ (exiger détail des calculs avec vecteurs unitaires, sinon 0)

	Soit $\overrightarrow{B_2}(r) = \dfrac{\mu_0 I(r)}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$ Courant traversant la couronne : $dI(r) = 2\pi r\, dr\, j_{2,z}(r)$ D'où : $\dfrac{dI(r)}{dr} = 2\pi\, r\, j_{2,z}(r)$
7	$\overrightarrow{dF}_2 = \overrightarrow{j_{2,z}} \wedge \overrightarrow{B_2}\, d\tau = j_{2,z}\ \overrightarrow{u_z} \wedge B_2\, \overrightarrow{u_\theta}\, d\tau = -j_{2,z}\, B_2\, d\tau\, \overrightarrow{u_r}$ $\overrightarrow{dF}_2 = -\dfrac{1}{2\pi r}\, \dfrac{dI(r)}{dr}\, \dfrac{\mu_0 I(r)}{2\pi r}\, d\tau\, \overrightarrow{u_r}$
	Par identification avec $\overrightarrow{dF}_2 = \beta(r) \cdot I(r) \cdot \dfrac{dI(r)}{dr}\ \vec{u}$: $\begin{cases} \beta(r) = -\dfrac{\mu_0}{4\pi^2 r^2} \\ \vec{u} = \overrightarrow{u_r} \end{cases}$ $\overrightarrow{dF}_2$ est orienté vers l'intérieur ($-\overrightarrow{u_r}$) car $\dfrac{dI(r)}{dr} = 2\pi\, r\, j_{2,z} > 0$ Cette force tend à « resserrer » le tube de champ
8	On considère maintenant la superposition : $\vec{j} = \vec{j_1} + \vec{j_2} = j_1\ \overrightarrow{u_\theta} + j_{2,z}\ \overrightarrow{u_z}$ et $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = B_{1,z}\ \overrightarrow{u_z} + B_2\ \overrightarrow{u_\theta}$ On a équilibre entre $\overrightarrow{dF}_1$ (vers l'extérieur) et $\overrightarrow{dF}_2$ (vers l'intérieur) si : $\overrightarrow{dF}_1 = j_1\, B_{1,z}\, d\tau\, \overrightarrow{u_r} = -j_{2,z}\, B_2\, d\tau\, \overrightarrow{u_r}$ Soit $\left\| \dfrac{j_1}{j_{2,z}} \right\| = \left\| \dfrac{B_2}{B_{1,z}} \right\|$ Si $\vec{j}$ est colinéaire à $\vec{B}$ alors $\vec{j} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ $\begin{vmatrix} 0 \\ j_1 \\ j_{2,z} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ B_2 \\ B_{1,z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} j_1 \cdot B_{1,z} - j_{2,z} \cdot B_2 = 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ On retrouve la condition précédente
	Total : 12,5