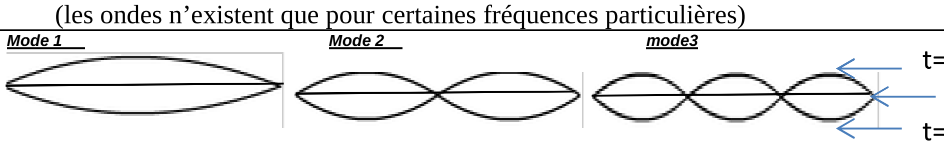
ibl

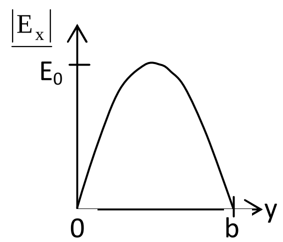
INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

PC Deuxième Année **Année 2015/2016**

Physique : Interrogation n°3 – corrigé – barème

Jeudi 17 Mars 2016 **Durée : 1h30**

Exercice 1 : Autour de la Guitare	**Total : 10 points + 3pt bonus**
1 **3,5pt**	• Les ondes qui se propagent sur la corde vont se réfléchir successivement (et indéfiniment) sur les deux extrémités (x=0 et x=L). La solution générale de l'équation de d'Alembert est la somme d'une onde progressive directe (somme de toutes les ondes se propageant vers les x>0) + une onde rétrograde (somme de toutes les ondes se propageant vers les x<0) . • Ici, on sait que ces ondes sont harmoniques. On a donc (en utilisant les notations complexes) : $\underline{u}(x,t) = \underline{A}expj(\omega t - kx) + \underline{B}expj(\omega t + kx)$ • La continuité du déplacement u en $x=0$ donne $\underline{u}(0,t) = 0$ car le point est fixe, soit après simplification par exp(jωt) : $0 = \underline{A} + \underline{B}$ • Donc $\underline{u}(x,t) = \underline{A}expj(\omega t)[expj(-kx) - expj(kx)] = -2j\,\underline{A}expj(\omega t)\sin(kx)$ • L'expression réelle est : $u(x,t) = Re\left(\underline{u}(x,t)\right) = 2Asin(\omega t)\sin(kx)$ (en choisissant comme condition initiale u(x,0)=0, accepter évidement toute autre condition initiale) • L'onde obtenue est donc stationnaire car les variables des temps et d'espace sont découplées • La continuité du déplacement u en $x=L$ donne $0 = \sin(kL)$ soit $kL = n\pi$ ou encore $\omega = kc = \frac{n\pi c}{L} = 2\pi f$ (les ondes n'existent que pour certaines fréquences particulières)
2 **1,5pt**	 (compter juste toute condition intiale mais exiger un tracé cohérent avec le résultat de la question 1 avec les temps indiqués: sinon 0,75/1,5)
3 **1pt**	• Si T_o ↑, c↑, donc $\omega_1=2\pi f_1$↑ (note plus aigüe) • Si m_l ↑, c↓, donc $\omega_1=2\pi f_1$↓ (note plus grave) • Si L ↑, $\omega_1=2\pi f_1$↓ (note plus grave) • Appuyer sur les frettes diminue la longueur effective de la corde donc la note est plus aigüe.
4 **1,5pt**	$T_o = c^2 m_l = (2Lf)^2\rho\pi r^2$ avec r le rayon de la corde T_o =98N
5 **(2pt bonus)**	**NB : Cette question passe entièrement en bonus à cause de la difficulté de lecture de la figure 1** • En mesurant sur la figure 1 la distance entre le sillet de tête et le chevalet L_m puis entre le chevalet et la 5ème frette L'_m, on peut calculer par une règle de trois la distance réelle L' de la corde lorsqu'on appuie sur la 5ème frette : $L'=L.L_m/L'_m$=0,65*6,2*8,2=0,49m • Or, la fréquence correspondant à L pour la 6ème corde est f = 82,4 Hz. Si on garde la même corde, c est une constante donc la fréquence f' de cette corde pour la longueur L' vaut f'=f*L/L'=109Hz, qui est donc très proche de la fréquence de la corde 5. • Quand la corde 6 à L' vibre, elle fait vibrer l'air et/ou le chevalet et/ou le sillet de tête qui excite alors la corde 5 à sa fréquence propre (on a alors des oscillations forcées sur un mode résonant). • Discussion incertitude : les mesures étant entachées d'erreur de mesure, la différence 109Hz/110 Hz n'est pas significative.

	• Les incertitudes sur L_m et L'_m sont au moins d'1mm chacune, l'incertitude sur L' et donc sur f' peut donc être estimée à 3% minimum (entre 3 et 5%), or la différence entre 110 Hz et 109Hz est de l'ordre de 1%. (Ce genre d'étude quantitative mériterait bien sur un bonus supplémentaire pouvant aller jusqu'à 1pt)
6 **2pts**	• Système : petite longueur élémentaire de corde au milieu (I) de la corde. (Référentiel : sol galiléen). • Forces : $\vec{F}, \vec{T}_{droite}, \vec{T}_{gauche}$ (la norme de la tension du fil est constante et vaut T) • Schéma avec les 3 forces et l'angle alpha entre (Ox) et OI (par exemple ou tout angle utilisé). • PFS : $\vec{F} + \vec{T}_{droite} + \vec{T}_{gauche} = \vec{0}$, en projetant sur l'axe (Oy), on a $F = 2T\sin(\alpha) \sim 2T\tan(\alpha) = 2T\frac{d}{L/2}$ soit $F = 4Td/L$ AN : F=3,7 N, c'est la force nécessaire pour soulever 370g du bout du doigt !
7 **0,5pt** **(+ 1pt bonus)**	• Pour avoir la précision maximum on mesure la longueur ℓ sur le papier correspondant à 3 périodes, ℓ =10,5+/- 0,1cm. • Sachant que 40 ms correspond à 11,3+/- 0,1 cm, on a 3T=37,2+/- 0,7ms, soit f=80,6+/1,5Hz. • L'écart entre 82,1 et 82,4 Hz est de 0,3% donc inférieur à la tolérance de 0,4%. On peut donc considérer que la guitare est accordée.
A.1.	Onde harmonique (pulsation ω), plane (surfaces équiphases parallèles à (Oxy)), progressive selon les z croissants, non uniforme (norme dépend de y) et polarisée selon $\vec{u}_x$ L'onde EM est dite « transverse électrique » car son champ électrique est orthogonal à la direction de propagation ($\underline{E_z} = 0$).
A.2.	Dans le vide, Maxwell-Gauss : $div\vec{E} = 0$ $div\underline{\vec{E}} = \frac{\partial \underline{E_x}}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E_y}}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E_z}}{\partial z} = 0$ car $\underline{E_x} = f(y,z)$; $\underline{E_y} = 0$; $\underline{E_z} = 0$
A.3.	Le champ électrique est nul dans un conducteur parfait En $x = 0$, $\underline{E_y} = 0$ et $\underline{E_z} = 0$ En $x = a$, $\underline{E_y} = 0$ et $\underline{E_z} = 0$ En $y = 0$, $\underline{E_x} = E_0 \sin(0) e^{j(\omega t - kz)} = 0$ et $\underline{E_z} = 0$ En $y = b$, $\underline{E_x} = E_0 \sin\left(\frac{\pi b}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} = 0$ et $\underline{E_z} = 0$ 
A.4.	$\underline{E_y} = 0$ et $\underline{E_z} = 0$ $\Delta \underline{E_x} = \frac{\partial^2 \underline{E_x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{E_x}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{E_x}}{\partial z^2} = 0 - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} + j^2 k^2 E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ $= \left[-\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 - k^2\right] E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} = \left[-\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 - k^2\right] \underline{E_x}$ $\frac{\partial^2 \underline{E_x}}{\partial t^2} = j^2 \omega^2 E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} = -\omega^2 \underline{E_x}$ Avec l'équation d'onde : $-\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 - k^2 = -\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2$ $\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + k^2 = \frac{\omega^2}{C^2}$

A.5.	$k^2 = \frac{\omega^2}{C^2} - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2$ donc k est réel (et l'onde se propage) ssi $\frac{\omega^2}{C^2} - \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 > 0$ En posant $\frac{\pi C}{b} = \omega_c$ pulsation dite de coupure on a propagation ssi $\omega > \frac{\pi C}{b} \omega_c$ Donc, k réel si $\omega > \omega_c$ $\rightarrow$ Le guide est un filtre passe-haut.
B.6.	La relation de structure ne peut pas être utilisée car le champ $\vec{E}$ n'est pas uniforme Utilisation de la relation de Maxwell-Faraday : $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\overrightarrow{rot}\vec{E}$ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\left\lvert \begin{array}{c} 0 \\ \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial z} \\ -\frac{\partial \underline{E}_x}{\partial y} \end{array} \right. = \left\lvert \begin{array}{c} 0 \\ +j\,k\,E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} \\ +\frac{\pi}{b} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} \end{array} \right.$ donc $\vec{B} = \left\lvert \begin{array}{c} 0 \\ +\frac{k}{\omega} E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)} \\ +\frac{\pi}{\omega b} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz - \pi/2)} \end{array} \right.$ NB : la composante statique du champ $\vec{B}$ est considérée comme nulle.
B.7.	$\mathrm{div}\underline{\vec{B}} = \frac{\partial \underline{B}_x}{\partial x} + \frac{\partial \underline{B}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{B}_z}{\partial z} = 0$ **avec** $\frac{\partial \underline{B}_x}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial \underline{B}_y}{\partial y} = +\frac{k\pi}{\omega b} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)}$ et $\frac{\partial \underline{B}_z}{\partial z} = -j\frac{k\pi}{\omega b} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz - \pi/2)} = -\frac{k\pi}{\omega b} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)}$ CQFD
B.8.	L'onde EM n'est pas « transverse magnétique » car $\underline{B}_z \neq 0$
	Total : 10