Physique : Interrogation n°3

Jeudi 17 mars 2016 **Durée : 1h30**

Barème indicatif : ***exercice 1 : 10 points, exercice 2 : 10 points.***
Le sujet est constitué de deux exercices indépendants :

- l'exercice 1 évaluera l'objectif 1 (développer une démarche scientifique),
- l'exercice 2 évaluera l'objectif 2 (acquérir et maîtriser des connaissances durables).

Document autorisé : une feuille de synthèse recto-verso manuscrite originale

Exercice 1 : Autour de la guitare…

Les applications numériques de cet exercice nécessitent parfois d'effectuer des mesures sur la figure 1 afin d'estimer les grandeurs utiles.

Document 1 (wikipedia) : « La **guitare** est un instrument à cordes pincées. Les cordes sont disposées parallèlement au manche, généralement coupé de frettes, sur lesquelles on appuie les cordes, d'une main, pour produire des notes différentes. L'autre main pince les cordes, soit avec les ongles et le bout des doigts, soit avec un plectre (ou *mediator*). Une guitare classique possède généralement six cordes de différents diamètres. Leur tension peut être modifiée pour les accorder à l'aide d'un système de vis sans fin actionné par une clef, qui entraîne un petit rouleau sur lequel s'enroule la corde. »

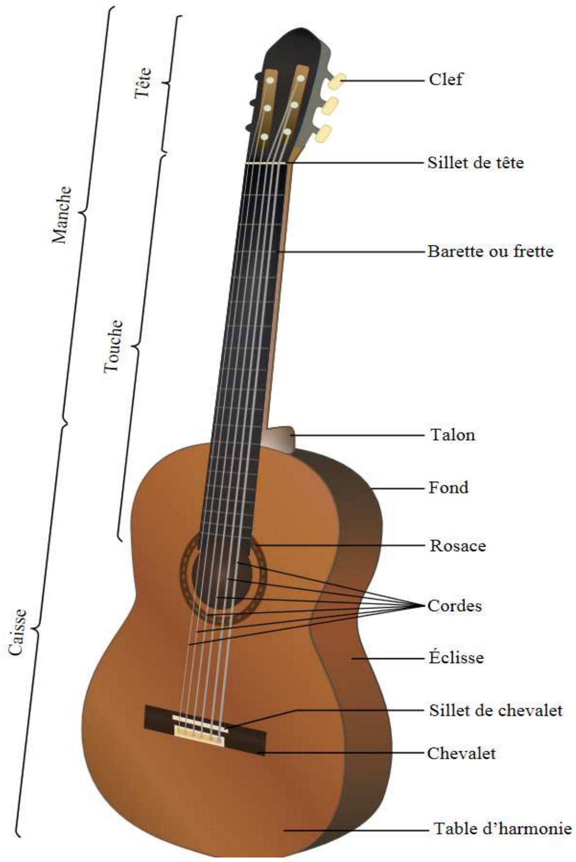

Figure 1

Document 2 : Les guitares à 6 cordes sont généralement accordées avec les notes :

Corde	Note (écriture latine)	Note (écriture anglo-saxone)	Fréquence	Matériau
1	mi^3	E4	329,6 Hz	Nylon
2	si^2	B3	246,9 Hz	Nylon
3	sol^2	G3	196,0 Hz	Nylon
4	ré^2	D3	146,8 Hz	Nylon entouré de métal
5	la^1	A2	110,0 Hz	Nylon entouré de métal
6	mi^1	E2	82,4 Hz	Nylon entouré de métal

La distance entre le sillet de chevalet et le sillet de tête vaut L=65 cm et la masse volumique du Nylon vaut ρ=1240 kg/m^3.

Document 3 : On rappelle l'équation de propagation d'une onde mécanique sur une corde d'axe Ox, de masse linéique m_l et de tension T_o (avec u le déplacement transversal d'un point de la corde) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{avec} \quad c = \sqrt{\frac{T_o}{m_l}}$$

QUESTIONS :

1) *La corde de longueur L fixée à ses deux extrémités est pincée par le musicien. Pour modéliser ce type de sollicitation, nous allons chercher à quelles conditions des ondes* ***harmoniques*** $u(x,t)$ *de pulsation ω peuvent exister sur la corde.*

Décrire le(s) phénomène(s) physique(s) mis en jeu le long de la corde et établir (à l'aide d'une démonstration rigoureuse et détaillée) l'expression réelle du déplacement transversal des points de la corde $u(x,t)$. Décrire brièvement cette onde et justifier qu'elle ne peut exister que pour les pulsations ω telles que $\omega = n\,\pi\, c/L$, où n est un entier naturel appelé « rang du mode propre ».

Aide :

- l'usage de la notation complexe pour les calculs est recommandé,
- les conditions aux limites aux deux extrémités pourront être utiles.

2) Faire une représentation graphique de chacun des modes propres de rang 1, 2, 3 de la corde à plusieurs instants (t=0, t=$\frac{\pi}{2\omega}$, t=$\frac{\pi}{\omega}$, t=$\frac{3\pi}{2\omega}$).

On rappelle que la fréquence de la note jouée par une corde de guitare correspond au mode de rang 1.

3) A l'aide des documents et de la question 1, expliquer quels rôles (indépendants) ont la tension de la corde (T_o), sa masse linéique (m_l) et sa longueur (L) sur la fréquence de la note jouée par une corde de guitare. Comment le fait d'appuyer les cordes sur les frettes modifie-t-il la note jouée ?

4) **Application Numérique** : calculer T_o en s'aidant des documents pour le mi^3 dans le cas où cette corde a un rayon de 0,37mm.

5) *En appuyant la* $6^{ème}$ *corde sur la* $5^{ème}$ *frette (à partir du sillet de tête), et en faisant alors vibrer cette corde, on constate que la* $5^{ème}$ *corde se met à vibrer toute seule (on dit qu'elle vibre par « sympathie »).* Expliquer et justifier ce phénomène à l'aide d'une application numérique basée sur d'éventuelles mesures sur la figure 1.

6) *En pratique, quand le joueur pince les cordes, il doit exercer une force F pour déplacer la corde d'une distance* $\ll L$. En supposant pour simplifier que le joueur pince la corde en son milieu (figure 2), et que la tension reste inchangée, exprimer la force F en fonction de To, L et d . AN : Calculer F pour la corde du mi^3 de la question 4 si d= 6 mm. Commenter.

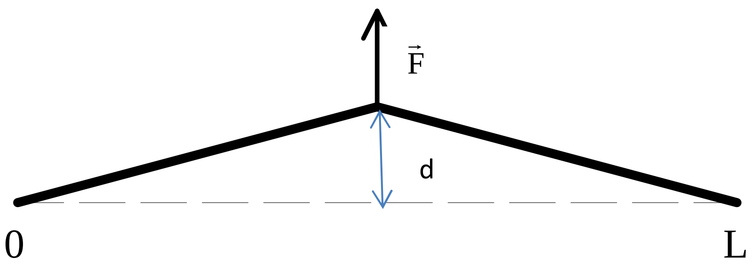

Figure 2

7) **Bonus :** La figure 3 donne le signal sonore enregistré lorsqu'on joue la corde 6: la corde est-elle accordée pour le mi^1 ? (On prendra comme critère que la note jouée doit être séparée de moins d'un trentième de ton, c'est-à-dire que l'écart relatif des fréquences doit être inférieur à $4\ 10^{-3}$)

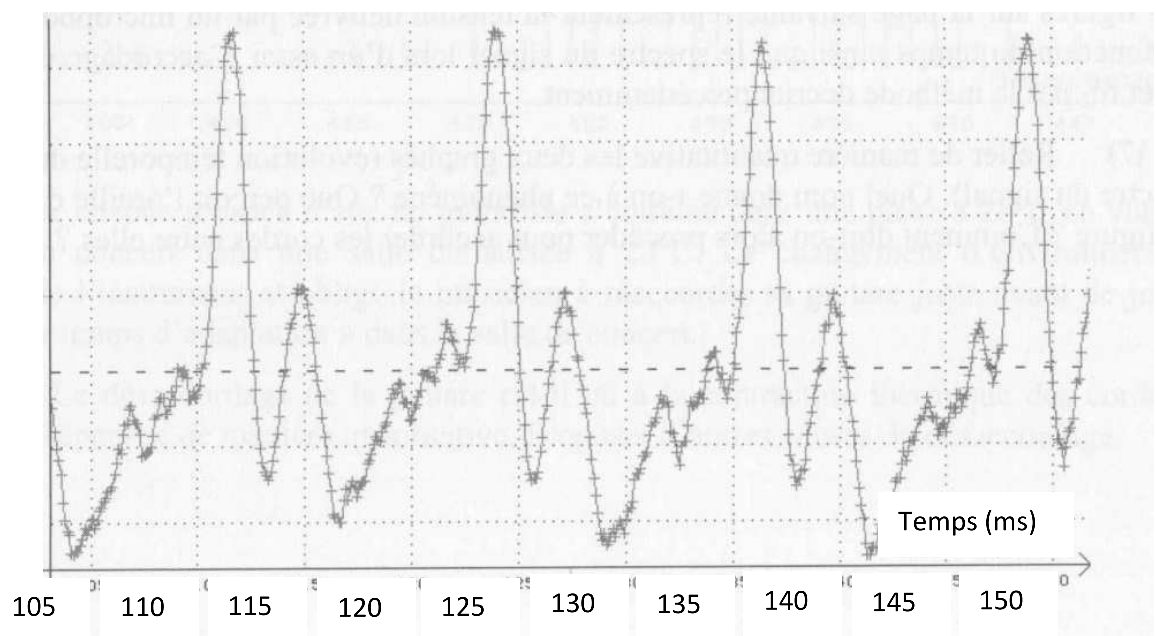

Figure 3

Exercice 2 : **Propagation d'une onde électromagnétique dans un guide d'onde**

Les guides d'ondes ont été inventés à la toute fin du XIXème siècle. Ils sont aujourd'hui indispensables dans de nombreux domaines, par exemple dans les fours micro-ondes pour acheminer les ondes du magnétron vers la cavité du four. Ils sont également largement utilisés pour les applications radars, la recherche en physique fondamentale et l'électronique haute fréquence.

Source : Flann Microwave Ltd

Figure 4 : Guide d'onde métallique

Il est possible de réaliser simplement un guide d'ondes en utilisant un tube métallique creux de section rectangulaire, de dimension a suivant x et b suivant y (voir figure ci-dessous). Le métal utilisé est un conducteur parfait, sa conductivité électrique γ est donc infinie. Les ondes électromagnétiques se propagent selon l'axe (O_Z) dans l'air, que l'on assimilera au vide.

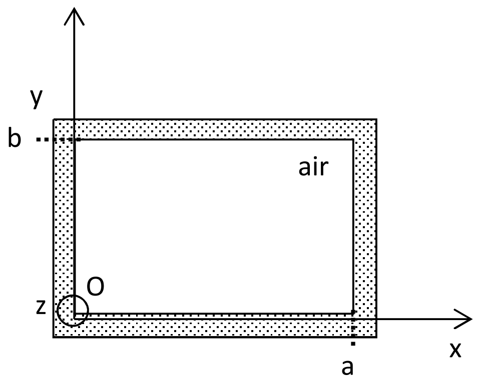

Figure 5

Partie A *– Une onde, dite* ***transverse électrique*** *(TE), de pulsation ω, se propage dans le guide. Le champ électrique s'exprime de la manière suivante, pour $0 \le x \le a$ et $0 \le y \le b$:*

$$\underline{\vec{E}}(y,z,t) = E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{j(\omega t - kz)}\,\vec{e_x} \quad \textit{avec } E_0 \textit{ et } k \textit{ des constantes réelles strictement positives}$$

1. Caractériser complètement cette onde. Justifier l'appellation *transverse électrique* pour cette onde.

2. Montrer que cette onde vérifie l'équation de Maxwell-Gauss.

3. Montrer que la continuité des composantes tangentielles du champ $\underline{\vec{E}}(y,z,t)$ est vérifiée en $x=0$, $x=a$, $y=0$ et $y=b$. Tracer l'évolution de l'amplitude de l'onde en fonction de y.

Dans les conditions de l'énoncé, l'équation de propagation s'écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{\Delta E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

4. A partir de cette équation, exprimer la relation qui lie le nombre d'onde angulaire k avec ω, c (vitesse de la lumière dans le vide) et b. Il s'agit de la *relation de dispersion*.

5. En déduire que la propagation n'est possible que pour certaines pulsations que l'on déterminera en comparaison d'une pulsation de coupure ω_C à exprimer. D'un point de vue fréquentiel, comment se comporte le guide d'onde pour la propagation du champ électrique $\underline{\vec{E}}(\mathrm{y,z,t})$?

***Partie B** – Champ magnétique de l'onde*

6. Déterminer l'expression du champ magnétique $\underline{\vec{B}}(\mathrm{y,z,t})$ associé à cette onde.

7. Montrer que ce champ vérifie l'équation de Maxwell-Flux.

8. Comparer la structure de l'onde électromagnétique dans le guide avec celle d'une onde plane et uniforme se propageant dans le vide.

FORMULAIRE

Pour un milieu LHI, linéaire, homogène et isotrope

M-Flux : $div\vec{B} = 0$	M-G : $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$
M-A : $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu\vec{j} + \mu\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	M-F : $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

$$\overrightarrow{\Delta A} = \begin{pmatrix} \Delta A_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \\ \Delta A_y = \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \\ \Delta A_z = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{\mathrm{A}} = \left(\frac{\partial \mathrm{A_z}}{\partial \mathrm{y}} - \frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial \mathrm{z}}\right)\vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{x}} + \left(\frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial \mathrm{z}} - \frac{\partial \mathrm{A_z}}{\partial \mathrm{x}}\right)\vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{y}} + \left(\frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial \mathrm{x}} - \frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial \mathrm{y}}\right)\vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{z}}$$

$$\mathrm{div}\vec{\mathrm{A}} = \frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial \mathrm{x}} + \frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial \mathrm{y}} + \frac{\partial \mathrm{A_z}}{\partial \mathrm{z}}$$