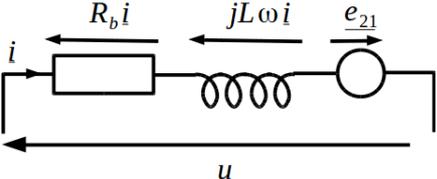


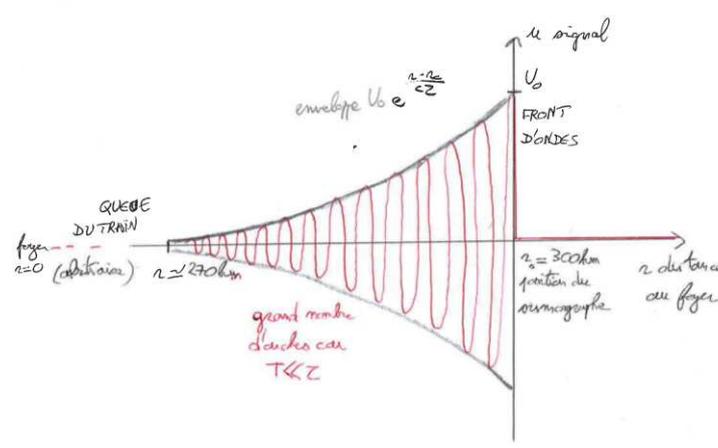
## Devoir de synthèse de Physique

2ème année, Janvier 2017 : Correction et barème

<b>1 Optimisation d'un circuit résonant</b>	<b>Total : 5.5 + Bonus 0.5</b>
<p>1- On a : <math>u_s = Ri</math> et <math>i = \frac{u_e}{R + R_b + j(L\omega - \frac{1}{c\omega})}</math></p> <p>Ce qui donne : <math>\underline{H} = \frac{u_s}{u_e} = \frac{R}{R + R_b + j(L\omega - \frac{1}{c\omega})}</math> (accepter un pont diviseur de tension).</p> <p>La norme de <math>\underline{H}</math> est maximale pour <math>\omega_0^2 = \frac{1}{LC}</math> donc <math>\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}</math></p> <p>A.N. <math>C = 0.25 \mu F</math></p>	<p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>2- <math>R &gt; \frac{R_b G_{min}}{1 - G_{min}}</math> soit <math>90 \Omega</math></p>	<p>0.25</p>
<p>3- <math>R &lt; \frac{L\omega_0}{Q_{min}} - R_b</math> soit <math>116 \Omega</math></p>	<p>0.25</p>
<p>4- <math>\frac{R_b G_{min}}{1 - G_{min}} &lt; R &lt; \frac{L\omega_0}{Q_{min} - R_b}</math> soit <math>90 \Omega &lt; R &lt; 116 \Omega</math></p>	<p>0.5 pour les deux A.N.</p>
<p>5- C'est correct, le gain est égal à 0.9, bande passante à <math>\frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = 0.64 \Rightarrow</math> 200 Hz = 1100-900 Hz, facteur de qualité = 1000/200 = 5</p>	<p>Gain : 0.25, Bande passante : 0.5, facteur de qualité : 0.5</p>
<p>6- On ne peut pas diminuer R sinon le gain chute Il faut augmenter L <math>\Rightarrow</math> solénoïde avec davantage de spires (mais <math>R_b</math> va augmenter) Ou alors insérer un matériau avec un <math>\mu</math> plus grand = noyau magnétique</p>	<p>0.25 Augmenter L : 0.25 noyau : 0.25 <b>Bonus</b> : plus de spires : 0.25 <b>Bonus</b> : <math>R_b</math> augmente si N augmente : 0.25</p>
<p>7- Gain inchangé Inductance multipliée par 100 : <math>L' = 100L = 10 H</math> Soit <math>Q = \frac{L'\omega_0}{R + R_b} = 100Q</math></p>	<p>0.25 0.25 0.25</p>
<p>8- On observe un meilleur facteur de qualité : normal mais aussi une diminution du gain max : anormal <math>\Rightarrow</math> on peut penser que le <math>R_b</math> de la bobine a changé, il a augmenté!</p>	<p>0.25 0.25 0.25</p>

<p><b>2 Influence des courants de Foucault sur les performances d'un circuit résonant</b></p>	<p><b>10,5 + Bonus 0,5</b></p>
<p>9- L'introduction du matériau magnétique ne change pas la symétrie du système. Dans ces conditions, et dans le cas de matériaux LHI, les équations de Maxwell restent les mêmes que dans le vide, mais les perméabilités <math>\mu_0</math> sont remplacées par <math>\mu</math> dans toutes les expressions.</p>	<p>0,5</p>
<p>10- <math>\text{rot}(\vec{E}_1) = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t}</math> : la dérivée temporelle de <math>\vec{B}_1</math> n'étant pas nulle (car il est sinusoïdal, variant avec le temps), le rotationnel de l'est pas non plus et donc un champ <math>\vec{E}</math> apparaît dans tout l'espace où <math>\vec{B}_1</math> est non nul. On est dans un cas d'induction statique</p>	<p>0.75 0.25</p>
<p>11- <math>\text{rot}(\vec{E}_1) = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rE_{1\theta})}{\partial r} - \frac{\partial E_{1r}}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z</math>  <math>E_{1r}</math> est nul car on sait que le champ est le long de <math>\vec{u}_\theta</math>  il reste : <math>\frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (rE_{1\theta}) \right) = -j\omega B_{1z}</math>  <math>E_{1\theta} = -j\frac{r}{2}\omega B_{1z} + \frac{A}{r}</math> où <math>A</math> est une constante.  Pour éviter que le champ diverge en <math>r = 0</math>, on prend <math>A = 0</math> (champ nul sur l'axe)  Le champ <math>\vec{E}_1</math> s'écrit donc : <math>\vec{E}_1 = -j\frac{r}{2}\omega B_{1z} \vec{u}_\theta</math></p>	<p>0.25 0.25 0.5 0.25 0.25</p>
<p>12- Comme le noyau de fer doux est conducteur, un courant <math>\vec{j}_f = \gamma \vec{E}</math> apparaît, donc  <math>\vec{j}_f = -j\gamma \frac{r}{2}\omega B_{1z} \vec{u}_\theta</math> donc <math>\vec{j}_f = -j\gamma \frac{r}{2}\omega \mu n \vec{u}_\theta</math>  On a donc <math>K = \frac{1}{2}\omega \gamma \mu n</math></p>	<p>0.25 0.25 0.25</p>
<p>13- <math>\text{rot}(\vec{B}_2) = -j\mu K r \vec{u}_\theta</math>  Le rotationnel de <math>\vec{B}_2</math> n'a qu'une composante le long de <math>\vec{u}_\theta</math> car la densité de courant est le long de cet axe.  On a donc <math>\frac{\partial B_{2r}}{\partial z} - \frac{\partial B_{2z}}{\partial r} = -j\mu K r \vec{u}_\theta</math>  L'invariance en <math>z</math> impose : <math>-\frac{\partial B_{2z}}{\partial r} = -j\mu K r \vec{u}_\theta</math>, on ne peut donc calculer que la composante en <math>z</math>.  Donc <math>B_{2z} = +j\mu K \frac{r^2}{2} \vec{u}_\theta + A</math>  Avec les conditions aux limites : <math>B_{2z}(a) = 0</math>  On a <math>A = -j\mu K \frac{a^2}{2} \vec{u}_\theta</math>  Donc : <math>B_{2z} = \frac{j\mu K}{2} \vec{u}_\theta (r^2 - a^2)</math></p>	<p>0.25 0.25 0.25 0.25</p>
<p>14- Le champ <math>\vec{B}_2</math> étant non constant dans l'espace du solénoïde, le flux se calcule par intégration :  <math>d\varphi_{21} = nl \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}</math> : <math>nl</math> représente le nombre total de spires du solénoïde.  On prend <math>dS = 2\pi r dr</math> ou <math>d^2S = r dr d\phi</math>  on a donc :  <math>\varphi_{21} = nl \int_0^a \frac{j\mu K}{2} \vec{u}_\theta (r^2 - a^2) \cdot 2\pi r dr = jnl\mu K \pi \vec{u}_\theta \left[ \frac{r^4}{4} - a^2 \frac{r^2}{2} \right]_0^a = -jnl\pi\mu K \frac{a^4}{4} \vec{u}_\theta</math></p>	<p>0.75 (0.25 si <math>nl</math> oublié)  1</p>

<p>15- De l'expression de <math>\varphi_{12}</math> on tire la valeur de la force électromotrice induite par <math>\vec{B}_2</math> :</p> $e_{21} = -\frac{d\varphi_{12}}{dt} = -\omega n l \pi \mu K \frac{a^4}{4} \dot{i}$	<p>0.75 (0.25 en cas d'erreur de signe)</p>
<p>16 - Schéma de la tension <math>\underline{u}</math> aux bornes de l'inductance pure <math>L</math>, la résistance interne <math>R_b</math> et de la fem <math>e_{12}</math>. On a :</p> $\underline{u} = j\omega L \dot{i} + R_b \dot{i} - e_{21} = j\omega L \dot{i} + R_b \dot{i} + \omega n l \pi \mu K \frac{a^4}{4} \dot{i}$ 	<p>Schéma : 0.5 <math>\underline{u}</math> : 0.5 (0 si erreur de signe)</p>
<p>17- La force électromotrice se comporte donc comme un terme résistif (tension proportionnelle à et en phase avec <math>i</math>) :</p> $R_f = n l \pi \mu \omega K \frac{a^4}{4}$ <p>Justification rigoureuse : composante issue de l'induction en phase avec le courant = composante résistive</p>	<p>Expression de <math>R_f</math> : 0.75 <b>Bonus</b> pour une justification rigoureuse : 0.5</p>
<p>18- A.N. On a <math>K = \frac{1}{2} \omega \gamma \mu n = 118.4</math> SI Donc <math>R_f = 41.3 \Omega</math></p>	<p>0.25 0.25</p>
<p>19- D'après la première section : <math>Q = \frac{L'\omega_0}{R + R_b}</math>. Dès lors qu'une résistance est ajoutée dans un circuit résonant, le coefficient de qualité baisse et devient <math>Q = \frac{L'\omega_0}{R + R_b + R_f}</math>. C'est bien ce qu'on observe.</p> <p>De plus <math>G(\omega_0) = \frac{R}{R + R_f + R_b} \sim 0.66</math> (application numérique non demandée) : le gain diminue à la résonance en présence de <math>R_f</math></p>	<p>0.5+0.5 (cette question peut être faite sans le résultat des calculs)</p>

3 Détection des séismes	6 + Bonus 1
<p>20- Ondes acoustiques <u>sphériques</u> centrées sur le foyer avec un signal <math>u(r, t) = f(t - r/c)/r</math> qui décroît avec la distance <math>r</math> au foyer comme indiqué sur le schéma . Avec un sol homogène l'amplitude en surface donc les dégâts sont a priori maximaux à l'épicentre mais accepter aussi qu'ils le soient au débouché de la faille en surface. L'onde P, longitudinale, est l'analogue de l'onde de surpression dans un piston. L'onde S est transversale, ce qui est le propre des solides (les liquides et les gaz ne peuvent pas transmettre de cisaillement).</p>	<p>sphériques : 0.5 expression : 0.5 max de dégâts : 0.5 Onde P longitudinale : 0.25 Onde S transversale : 0.25</p>
<p>21- L'onde P parvient à l'instant <math>x/c_P + cte = 15 \text{ h } 52 \text{ min } 15 \text{ s}</math> l'onde S à <math>x/c_S + cte = 15 \text{ h } 52 \text{ min } 40 \text{ s}</math> (accepter une certaine plage)</p>	<p>0.25+0.25</p>
<p>d'où <math>x(\frac{1}{c_S} - \frac{1}{c_P}) = \Delta t = 25 \text{ s}</math> et <math>x = c_S c_P \Delta t / (c_P - c_S) = 300 \text{ km}</math></p>	<p>0.5 0.5</p>
<p>22- <math>e^{-(t/\tau)} = 1/100</math> si <math>t = 4,6 \tau = 4,6 \text{ s}</math>. Accepter <math>5 \tau</math> comme souvent utilisé en physique.</p>	<p>0.5</p>
<p>A <math>6 \text{ km/s}</math> ça fait un train de longueur <math>27,6 \text{ km}</math> voire <math>30 \text{ km}</math> si <math>5 T</math> Schéma : onde pseudopériodique entre deux exponentielles croissantes de (<math>r = 270 \text{ km}, u = 0</math>) à (<math>r = 300 \text{ km}, u = U_0</math>)</p> 	<p>0.5 0.5</p>
<p>23- Les trois stations fournissent des distances station / foyer (<math>A, d_A</math>), (<math>B, d_B</math>), (<math>C, d_C</math>) selon la question 2 il faut donc rechercher le foyer sous terre, idéalement au point d'intersection des 3 sphères de centres <math>A, B, C</math> et de rayons <math>d_A, d_B, d_C</math>.</p>	<p>1</p>
<p>Avec les incertitudes expérimentales il faudra rechercher dans un volume défini par le recouvrement 2 à 2 des différentes boules.</p>	<p><b>Bonus : 1</b></p>
<p>Plus le temps va passer, plus des distances à d'autres stations de surveillance sur le globe vont être connues, permettant de raffiner le calcul. En outre, la littérature nous apprend que les ondes P voyagent à une vitesse comprise entre <math>1</math> et <math>14 \text{ km/s}</math> selon la nature des roches ou fluides traversés, et que les ondes S voyagent entre <math>1</math> et <math>8 \text{ km/s}</math> selon les roches traversées. Chaque séisme enregistré par le réseau mondial de sismographes permet d'étalonner les temps de parcours en provenance d'un foyer donné dans l'écorce terrestre et de perfectionner les modèles de simulation tenant compte des hétérogénéités.</p>	
<p><b>TOTAL GENERAL</b></p>	<p><b>22</b></p>