

Physics: Semester exam

Tuesday June 12th, 2018

Duration: 3 hrs

Indicative marking scheme:

Part 1: exercise 1 : 15 points ; exercise 2 : 10 points.

Part 2: 15 points.

The subject is constituted of 2 completely independent parts

Authorized document: two synthesis sheets recto verso or 4 pages, original and handwritten

Authorized calculator: any type but not internet connected, mobile phone not allowed

PART 1: Study of a digital holographic microscope

Exercise 1: Recording of a hologram

A classical digital photograph is obtained from the recording, by a matrix of CCD sensors, of the light signal received by each of these sensors which are considered equivalent to quadratic detectors. Consequently, in classical digital cameras, the information contained *in the phase* of the light beams is not recorded. In contrast to this, a digital holographic device enables the recording of the phase information. Subsequently the information contained by the light wave received may be transposed in its integrality (note that the term “hologram”, comes from the Greek *holos* which means “whole”). The device to be studied here enables the recording of digital holograms for the observation of small size objects (cells, molecules) flowing in a liquid.

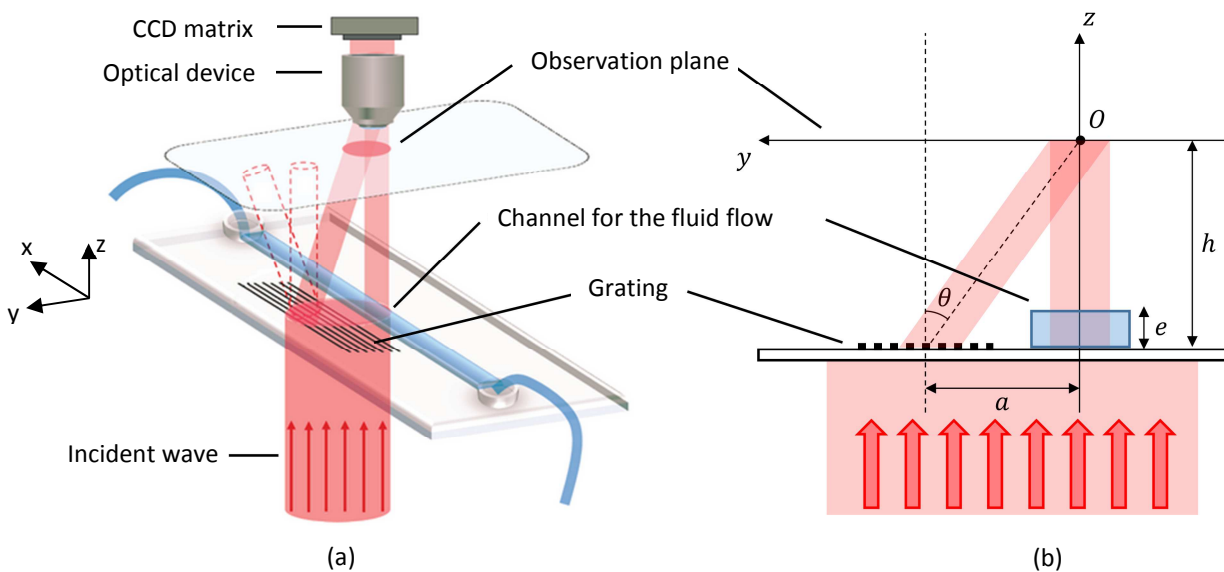


Figure 1 : (a) Overview of the device and (b) cross-section in the (yOz) plane

This device is made of a transparent plate, illuminated under normal incidence by a wave which is plane, progressive (along increasing z), uniform, harmonic and polarized along Ox . Part of the beam, called “**observation beam**”, centered on the Oz axis, crosses the sample to be observed which is contained in a fluid flowing in a dedicated channel. Another part of the beam, called “**reference beam**”, crosses a grating working in transmission which is placed on the transparent plate. This grating has a grating spacing “ d ”. These two sub-beams encounter each other in a plane denoted the “**observation plane**”. The image coming up in this plane is then enlarged by an optical device and recorded by a matrix of CCD sensors (these two last devices are not studied here).

The grating center is located at the distance a from the Oz axis (axis of the observation beam). The observation plane is at the distance h from the support plate. A liquid of index n flows in the channel of thickness e . The remaining part of the device is in air whose index will be taken equal to 1.

- 1) Explain why the grating induces a deviation of the reference beam, enabling the crossing of the reference beam with the observation beam.
- 2) What is the type of the interferometer fabricated here?

The numerical values for the device dimensions are $h = 1$ m and $a = 400$ mm and it is illuminated by a monochromatic beam which wavelength in vacuum is $\lambda_v = 633$ nm. We want that the observation beam crosses the beam diffracted by the grating at the order 1 at point O. We will assume that the distance h is large: consequently, we will consider that the diffracted beam at the order 1 is a plane wave (see figure 2).

- 3) Calculate the angle of deviation $\theta = \theta_1$ which is needed for the 2 beams to cross at point O (see Figure 1). Deduce the grating spacing literally and numerically. Express, also literally and numerically, its number of slits par millimeter.
- 4) Express the optical path difference δ_0 between the 2 beams at point O as a function of a , h , n and e (no arccos, arcsin nor arctan is needed). Determine e such that $\delta_0 = 0$ if $n = 1.5$. In the rest of the problem we will consider that this condition is fulfilled.

We consider the 2 beams (observation and reference) as being 2 plane and uniform waves which directions of propagation build an angle θ_1 as shown in figure 2.

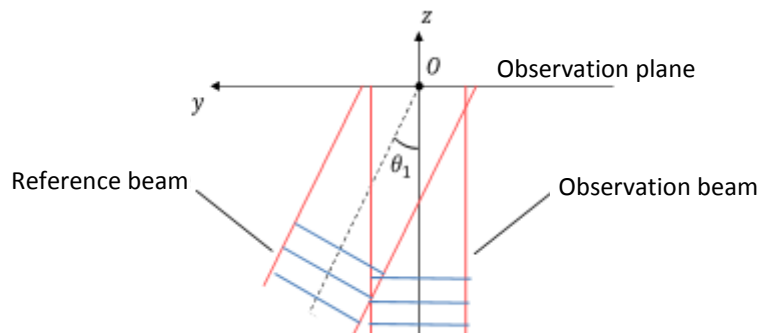


Figure 2 : Intersection of the 2 beam parts, considered plane waves, in the observation plane.

- 5) Express the optical path difference δ between the 2 plane waves at an arbitrary point located in the observation plane as function of y and θ_1 . To do that, you will take into account the condition $\delta_0 = 0$ at point O.
- 6) What is then observed in the observation plane?
- 7) Give all the characteristics of the figure resulting from the superposition of these 2 beams (we will assume that they have the same intensity I_0).
- 8) Establish by using a rigorous demonstration that the intensity received in the observation plane can be written in the form $I(y) = K(1 + \cos(\Phi(y)))$. Express K as a function of I_0 and $\Phi(y)$ as a function of the interfringe distance i and of y .

We assume that cells are present in the fluid flowing through the channel. These cells have an optical index and damping (absorption) coefficient regarding light which are different from those of the surrounding liquid.

- 9) In which way is the device-related interference pattern going to be affected?

Exercise 2: Observation of a hologram

The image obtained in the observation plane thanks to the matrix of CCD sensors may then be printed on a transparent support and is called a hologram. What we get then is an object which transparency varies as a function of the intensity received at each image point of coordinates (x, y) . This variation is associated with a “transmission function” $t(x, y)$ (comprised between 0 and 1). This transmission function enables to calculate the amplitude of the transmitted light beams when they cross the hologram, considering that they are illuminated by a plane wave. This transmission function takes the value 1 in perfectly transparent areas and 0 in perfectly opaque areas.

If the interference pattern obtained in the framework of the exercise 1 is printed (i.e. without cells in the liquid), what we obtain is a hologram having a sinusoidal transmission function of the following form:

$$t(y) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi y}{i} \right) \right) \quad \text{for} \quad -\frac{L}{2} < y < +\frac{L}{2}$$

The image of the hologram (of width L and of height H) and the profile of the associated transmission function are shown in figure 3. Outside the hologram ($y < -L/2$ or $y > L/2$) the transmission function is nil (opaque area). Moreover the height H of the hologram which is illuminated is large with respect with the wavelength (the figure is not at scale).

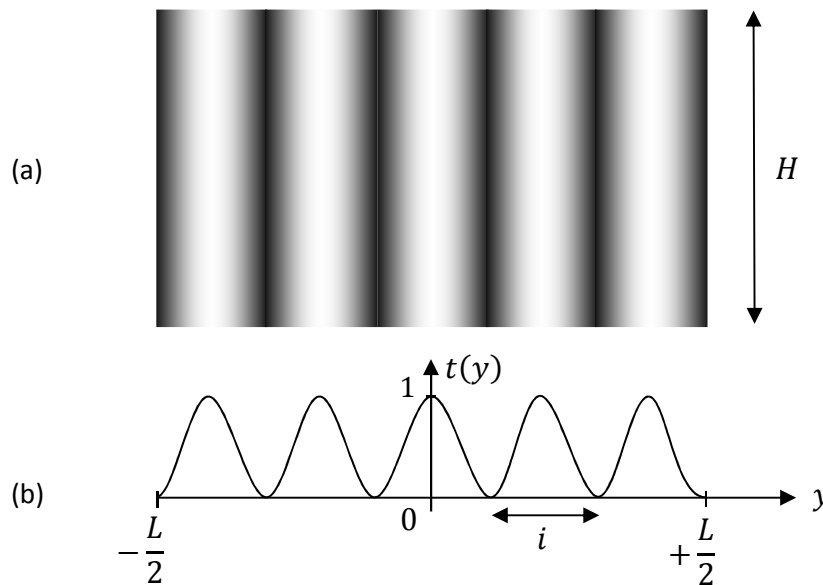


Figure 3 : (a) Hologram obtained when printing the interference pattern of exercise 1 on a transparent support; (b) Sinusoidal transmission function associated with the hologram

This hologram is now illuminated under normal incidence with the same laser as the one used previously and we want to study the subsequent diffraction phenomenon. Each surface element $H \cdot dy$ (elementary Huygens’ surface) may be regarded as a secondary source of the incident plane wave. The amplitude of this secondary source is equal to: $t(y) \times A_0 \times H \times dy$ (where A_0 is a constant associated with the amplitude of the incident wave).

- 1) Considering a given direction of observation α , express the path difference between a ray from an elementary slit located at y and the reference beam emitted at the center of the hologram at $y = 0$ (Make a sketch).

- 2) Give the complex expression of the wave emitted by the elementary surface in the direction of observation. In this expression, you will replace the cosine with a sum of complex exponentials using Euler's formula, and you will replace the wave number k with its expression using λ_v .
- 3) Prove that the resulting electromagnetic wave emitted by the whole hologram in the direction of observation α can be written in the form:

$$E_M(\alpha, t) = \frac{A_o HL}{2} e^{j(\omega t - \varphi_o)} \left(\text{sinc}(A(\alpha)) + \frac{1}{2} \text{sinc}(B(\alpha)) + \frac{1}{2} \text{sinc}(C(\alpha)) \right) \text{ with } \text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

$A(\alpha)$, $B(\alpha)$ and $C(\alpha)$ are functions to be expressed as a function of α , L , i and λ .

The intensity diffracted by this hologram is represented in figure 4:

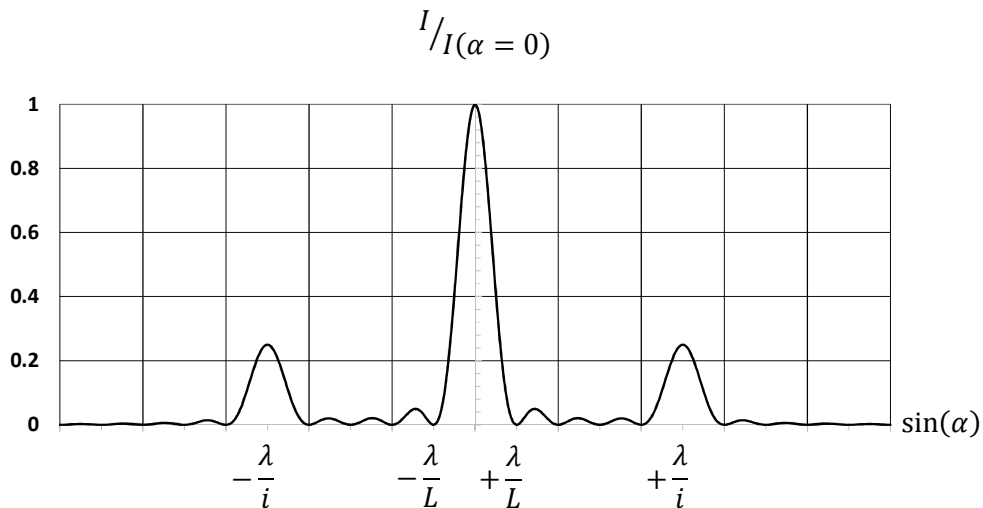


Figure 4 : Figure of diffraction of the sinusoidal transmission function.

- 4) By using the expression for the interfringe distance obtained in the exercise 1, give the relation between the angles leading to a maximum intensity and the deviation angle of the reference beam.
- 5) What is the useful observation angle for holography?

PART 2 : Measurement of the refraction index of a gas

Different techniques can be used to measure the refraction index of a medium (gaseous, liquid or solid). Michelson interferometer with a grating spectrocope or a refractometer measuring the maximum angle of refraction are today commonly used. Historically the refraction index has long been measured with an “optical Rayleigh device” that we are going to study here (figure 5 in annex).

The device consists in three converging lenses (L_1, L_2, L_3), of respective focal distance f_1, f_2 et f_3 . The lenses L_2 and L_3 form a refracting telescope, the observer being placed after lens L_3 . The setup also consists in two closed glass tubes T_1 and T_2 , of length $d = 1$ m, to be filled with gas, and in a plate with two holes S_1 and S_2 . The whole set-up is lit by a source (S). In our model, the two holes S_1 and S_2 are equivalent to the Young’s double holes (with diameter smaller than λ_0). The distance between the axis of the tubes and the optical axis is $a = 3$ cm. The distance S_1S_2 is then $2a$.

In the whole exercise you will use *Gauss ‘approximation (small angles)*.

In a first step, the source emits monochromatic light of wavelength in vacuum $\lambda_0 = 0.546 \mu\text{m}$ and the two tubes are filled with dry air (same pressure and temperature in both tubes).

1. Draw in figure 5 (**in the annex – to hand in with your paper**) the two rays (r1) and (r2) issued from the source S , diffracted by the holes S_1 and S_2 and entering the refraction telescope with the same angle θ then the one represented on the same figure. You will draw these rays from S until they leave lens L_3 . You will call Γ the angle of the rays with the optical axis after the lens L_3 .

Note : the angles and lengths on figure 5 are not at scale.

2. Without demonstration, explain why fringes are observed in the refracting telescope. What shape do they have? (justify briefly)
3. What is the purpose of the refracting telescope in this experiment?
4. What is the difference in optical path between the two rays (r1) and (r2) that you have drawn in question 1 when they arrive at the same point P in the focal plane of L_2 ?

The two tubes T_1 and T_2 are initially filled with dry air at pressure $P_0 = 10^5$ Pa and temperature $T_0 = 20^\circ\text{C}$. With a pump, the pressure in tube T_1 is lowered. We then observe N fringes passing by in the refracting telescope. We want to determine the new pressure P_1 .

We will admit that for air, it is possible to link the refraction index, the pressure and the temperature using following Gladstone’s law : $\frac{(n-1)T}{P} = \text{constant}$.

Note : at $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (293 K) and $P_0 = 10^5$ Pa, the air refraction index is $n_0 = 1,000292$.

5. Knowing that the temperature is constant, what is the relation between the variation of the pressure and the variation of the refraction index?
6. Express the difference of optical path at the output of both tubes. We will call n_1 the index in tube T_1 and n_0 the reference index in tube T_2 .
7. Give the relation between $\Delta n = n_0 - n_1$, λ_0 , N and d in this experiment.
8. Give the literal expression of the variation $\Delta P = P_0 - P_1$ of the gas in tube T_1 as a function of the data of the problem.

9. Numerical application : calculate the value of P_1 using the following numerical data : $N = 10$; $d = 1 \text{ m}$; $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$.

In a second step, we modify the setup in order to insert on the path of both rays (r_1) and (r_2) a glass slide (index $n_v = 1,5$; width $e = 740 \mu\text{m}$) just before the plate with the two holes. These glass slides can rotate by circa 10 degrees in order to make the incidence angles i_1 and i_2 of the incident rays on the slides vary (see figure 6).

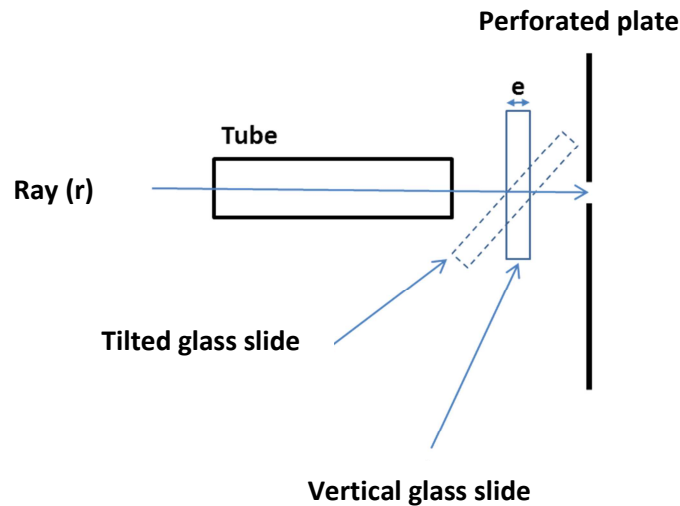


Figure 6 : zoom on a rotating glass slide after the tube.

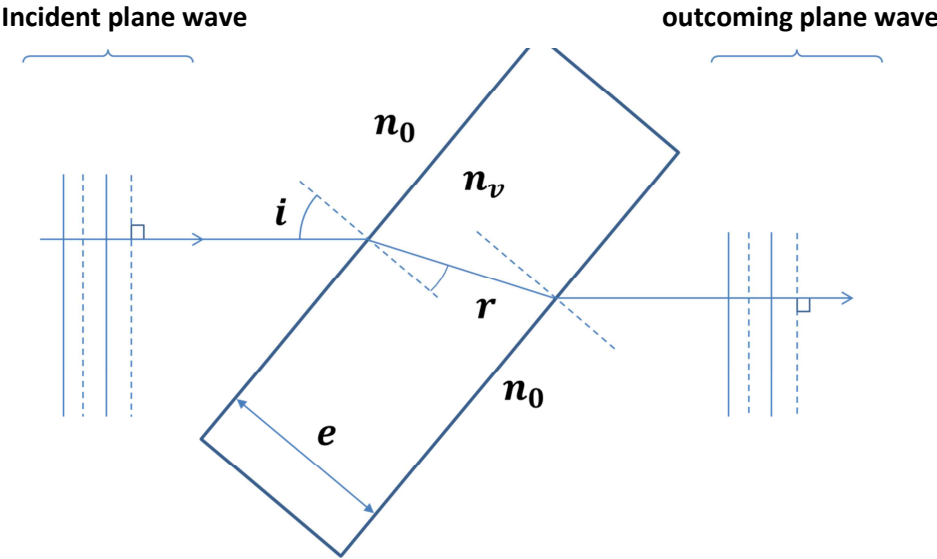
Both tubes are now again filled with the same gas (same pressure, same temperature) and the experiment is now done with white light. Therefore, the observer just sees one white fringe corresponding to a nil difference of path, with faint colored fringes on both sides. With the two glass sheets in vertical position, the white fringe is centered on the optical axis.

10. When the slide before ray (r_1) rotates, what do you observe in the refracting telescope? Same question if it is the slide before ray (r_2) which rotates. You'll carefully justify your answer very clearly, even if no calculation is asked for. The answer does not depend on the orientation of the rotation of the slides.

The tube T_1 is now filled with dry air at pressure P_0 and temperature T_0 and a unknown gas of refraction index n_x greater than n_0 . is introduced in tube T_2 .

11. Comparing with the initial situation where the content of both tubes was the same, what can the observer see (in the observation plane), knowing that both sheets are vertical ($i_1 = i_2 = 0^\circ$) ?
12. If we want to compensate the difference of path induced, in order to center again the white fringe on the optical axis, what slide should be rotated?
13. This particular slide has been rotated by an angle of 5° to center the white fringe on the optical axis. Calculate the refraction index of the unknown gas.
Note : you can use the reminder given at the end of this exercise and figure 7.
14. Suggest in a few sentences a protocol for measuring the refraction index of a gas using this device.

Reminder: in Gauss' approximation, the formula below figure 7 expresses δ , the difference between the optical path of a plane wave passing through a tilted glass sheet and the optical path of the same wave in air (index n_0) with no glass slide.



$$\delta \approx (n_v - n_0)e \left[1 + \frac{n_0}{2n_v} i^2 \right] \text{ with } i \text{ the angle of incidence on the glass sheet.}$$

Figure 7: Plane wave through a tilted glass slide.

Name :

First name :

Group:

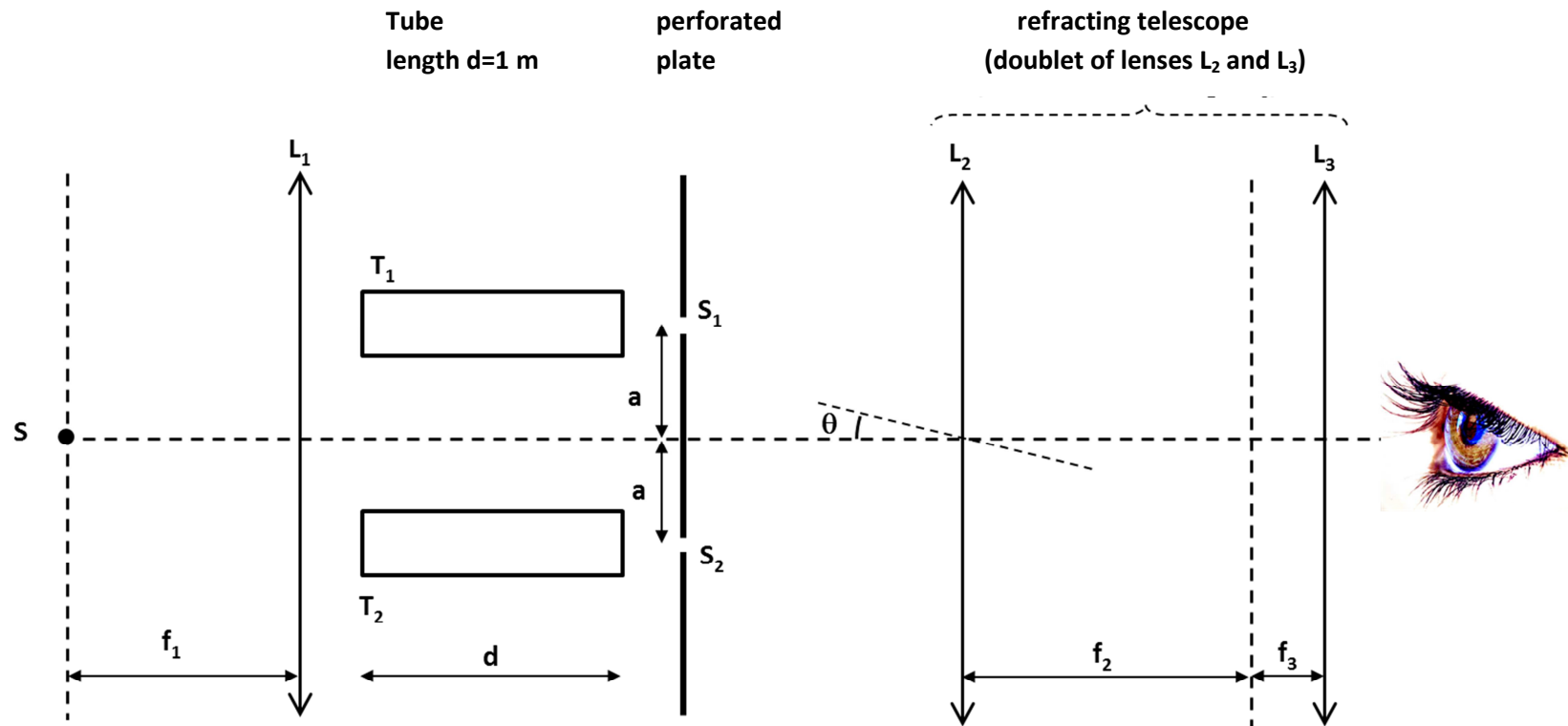


Figure n°1: sketch of the optical Rayleigh device

To hand-in with your manuscript!!

Physique : Evaluation de Fin de Semestre

Mardi 12 juin 2018

Durée : 3h00

CORRIGE

PARTIE 1 :

Exercice 1

1)	<p>Les fentes du réseau, si la <u>largeur est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde</u>, engendrent un <u>phénomène diffraction</u>. Les rayons issus de chacune des fentes <u>sont cohérents et peuvent donc interférer</u>. Pour certaines directions particulières (ordres de diffraction), ces interférences sont <u>constructives</u> et les rayons <u>forment à grande distance une onde plane</u> (ou un faisceau lumineux).</p>
2)	C'est un interféromètre à division de front d'onde
3)	<p>A l'ordre 1 :</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d}$ • $\tan \theta_1 = \frac{a}{h}$ <p>Donc $d = \frac{\lambda}{\sin(\arctan(\frac{a}{h}))}$</p> <p>A.N. $\theta_1 = 21,8^\circ = 0,38 \text{ rad}$ $d = 1,70 \mu\text{m}$, $n = 587 \text{ fentes / mm}$</p>
4)	<p>Au point O, la différence de chemin optique entre les deux faisceaux est :</p> $\delta_0 = h \left(\frac{1}{\cos \theta_1} - 1 \right) - (n - 1)e$ $\delta_0 = 0 \Rightarrow e = 15,4 \text{ cm}$
5)	<p>De part et d'autre du point O, on a :</p> $\delta(y) = -y \sin \theta_1$
6)	Les deux faisceaux étant <u>cohérents et polarisés dans la même direction</u> , on va observer une figure d'interférences dans le plan d'observation au niveau de leur intersection.
7)	<p>La figure d'interférences sera donc composée de franges <u>rectilignes et parallèles à l'axe Ox</u>. La distance interfrange $i = \frac{\lambda}{\sin \theta_1} = 1,70 \mu\text{m}$ Le contraste est égal à 1 car les deux faisceaux ont la même intensité</p>
8)	<p>Il y a interférences entre deux ondes planes d'intensité I_0 donc :</p> $I = 2I_0(1 + \cos(k_v \delta)) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi y}{i} \right) \right)$
9)	<p>L'indice de réfraction de l'objet observé étant différent de celui du milieu, cela va modifier la phase de l'onde d'observation et donc <u>décaler les franges d'interférences</u>.</p> <p>De plus le coefficient d'atténuation étant différent, <u>l'intensité lumineuse (l'amplitude) des deux ondes planes qui interfèrent ne sera pas égale</u>, et le <u>contraste de la figure d'interférence sera donc modifié (diminué)</u>.</p>

Exercice 2

1)	<p>La différence entre un rayon issu d'une source élémentaire et le rayon de référence au centre de la fente s'exprime par :</p> $\delta = y \sin \alpha$ <p>Schéma illustrant δ entre un rayon issu du centre et un rayon qui lui est parallèle</p>
2)	$t(y) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e^{j2\pi\frac{y}{i}} + e^{-j2\pi\frac{y}{i}}}{2} \right)$ <p>Perturbation élémentaire dans la direction d'observation :</p> $\begin{aligned} d\underline{a} &= t(y) \cdot A \cdot H \cdot e^{j(\omega t - kr)} dy \\ &= \frac{AH}{2} e^{j(\omega t - 2\pi\frac{r_0}{\lambda_v})} \cdot \left(1 + \frac{e^{j2\pi\frac{y}{i}} + e^{-j2\pi\frac{y}{i}}}{2} \right) e^{-j2\pi\frac{y \sin(\alpha)}{\lambda_v}} dy \end{aligned}$
3)	$\begin{aligned} \underline{E}_m(\alpha, t) &= \frac{AH}{2} e^{j(\omega t - 2\pi\frac{r_0}{\lambda_v})} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \left(1 + \frac{e^{j2\pi\frac{y}{i}} + e^{-j2\pi\frac{y}{i}}}{2} \right) e^{-j2\pi\frac{y \sin(\alpha)}{\lambda_v}} dy \\ &= \frac{AHL}{2} e^{j(\omega t - 2\pi\frac{r_0}{\lambda_v})} \left[\operatorname{sinc}\left(\pi\frac{L}{\lambda_v}\sin(\alpha)\right) + \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\pi L\left(\frac{\sin(\alpha)}{\lambda_v} - \frac{1}{i}\right)\right) + \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\pi L\left(\frac{\sin(\alpha)}{\lambda_v} + \frac{1}{i}\right)\right) \right] \end{aligned}$
4)	<p>La courbe montre qu'il existe trois valeurs de α pour lesquelles l'intensité est maximale :</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\alpha = 0$ (ne dépend alors pas de θ) • $\alpha = +\theta$ • $\alpha = -\theta$
5)	<p>La direction $\alpha = 0$ ne contient que l'intensité moyenne de l'onde traversant l'hologramme. La figure enregistrée sur celui-ci est observable dans les directions $+\theta$ ou $-\theta$.</p>

PARTIE 2 :

1)	Voir feuille annexe pour le tracé des rayons
2)	<p>3 façons possibles de répondre :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on observe des franges dans la lunette car dans ce dispositif, l'œil regarde ce qui se passe dans le plan focal de L_2. En chaque point de ce plan, il y a deux rayons cohérents qui se rejoignent, avec un déphasage qui dépend de la position dans le plan. On observe donc des interférences. - on pourrait aussi répondre que, comme l'œil est assimilé à une lentille convergente (cristallin) et son plan focal (la rétine, quand l'œil observe à l'infini), alors les rayons sortant de L_3 avec le même angle gamma vont interférer sur la rétine, avec un déphasage qui dépend de l'angle gamma. L'observateur observe donc une figure d'interférences. - on nous dit dans l'énoncé que les trous S_1 et S_2 sont assimilables à des trous d'Young. De façon similaire à l'expérience de Young, on obtiendra des interférences, la seule différence étant que la présence de la lentille conduit à les observer à l'infini. <p><u>Justification des interférences sous la forme de franges :</u></p> <p>Plan de symétrie des sources est plan de symétrie de la figure d'interférence, on est en outre à l'infini, donc on a bien des franges rectilignes perpendiculaires à la direction S_1S_2 (à l'axe vertical).</p> <p><i>Ou bien</i></p> <p>le montage est assimilable à deux trous d'Young, même si la lentille est insérée dans le montage. On s'attend donc à observer des franges perpendiculaires à la direction S_1S_2 (à l'axe vertical).</p>
3)	La lunette permet d'observer les franges d'interférences à l'infini avec un grossissement angulaire plus grand car, selon la figure 5, l'angle gamma est plus grand que l'angle theta.
4)	<p>Les deux tubes sont remplis de la même manière, la source est sur l'axe optique et les tubes sont placés de façon symétrique de part et d'autre de celui-ci. On en conclut que, jusqu'à la plaque perforée, il n'y a pas de différence de chemin optique entre (r_1) et (r_2).</p> <p>Ensuite, géométriquement, <u>la lentille convergente L_2 n'introduit pas de déphasage ultérieurement au plan d'onde représenté sur ce schéma</u> (résultat vu en TD) :</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>La différence de chemin optique vaut donc</p> $\delta_{r_1-r_2} = S_1S_2 \sin \theta = 2a \sin \theta .$
5)	<p>On utilise la loi de Gladstone donnée dans l'énoncé $\frac{(n-1)T}{P} = \text{constante}$.</p> <p>On applique cette relation dans les conditions initiales pour exprimer la constante :</p> $(n_0 - 1)T_0/P_0 = \text{constante} .$ <p>On applique maintenant la relation dans les conditions régnant dans le tube T1 :</p> $(n_1 - 1)T_0/P_1 = (n_0 - 1)T_0/P_0 \Leftrightarrow n_1 = (n_0 - 1)P_1/P_0 + 1 .$ <p>Ensuite on différencie l'expression pour trouver que $\Delta n = \frac{(n_0 - 1)}{P_0} \Delta P$.</p>

6)	On est juste à la sortie des deux tubes. Une différence de chemin optique s'établit lors du passage dans les tubes, qui s'exprime comme $\Delta l = d(n_1 - n_0) = d\Delta n$
7)	Si on observe un défilement de N franges au point d'observation P , c'est qu'en ce point, le chemin optique a varié de $\pm N \cdot \lambda_0$. On a donc $\pm N \cdot \lambda_0 = \Delta l$ d'où $\pm N \cdot \lambda_0 = d\Delta n$. Or, d'après la loi de Gladstone, si la pression baisse, alors l'indice n_1 sera plus petit que n_0 et Δn sera négatif, ce qui permet de lever l'ambiguïté de signe. On a donc dans notre cas de figure $-N \cdot \lambda_0 = d\Delta n = d(n_1 - n_0)$.
8)	En introduisant le résultat trouvé à la question 5, on a $-N \cdot \lambda_0 = d \frac{(n_0 - 1)}{P_0} \Delta P$ d'où $-\frac{(N \cdot \lambda_0 \cdot P_0)}{d(n_0 - 1)} = \Delta P$
9)	$P_1 = P_0 - \frac{(N \cdot \lambda_0 \cdot P_0)}{d(n_0 - 1)}$ d'où : $P_1 = \left(10^5 - \frac{(10 \cdot 546 \cdot 10^{-9} \cdot 10^5)}{1 \cdot (1,000292 - 1)} \right) \text{Pa} = \left(10^5 - \frac{546 \cdot 10^{-3}}{2,92 \cdot 10^{-4}} \right) = (1 - 0,0187) \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 9,82 \cdot 10^4 \text{ Pa}$
10)	Quand on fait pivoter la lame derrière le tube T_1 , le rayon (r1) parcourt un chemin optique plus long que le rayon (r2) à cause de l'épaisseur traversée plus grande dans la lame de verre. Dans le plan d'observation (plan focal de L_2), la frange blanche correspondant à une différence de chemin optique égale pour (r1) et (r2), elle va donc se décaler dans un sens correspondant à un retard de (r2), c'est-à-dire un chemin optique plus grand, de façon à compenser le retard pris par (r1). Dans le plan focal de L_2 , c'est au-dessus de l'axe optique que (r2) est en retard sur (r1) pour des raisons géométriques. La frange blanche équi-chemin optique va donc se décaler au-dessus de l'axe optique dans le plan d'observation (plan focal de L_2). Si c'est la lame derrière le tube T_2 qui est inclinée, un raisonnement identique nous amène à conclure que la frange blanche se décale en dessous de l'axe optique dans le plan d'observation.
11)	L'indice n_x dans le tube T_2 est supérieur à l'indice n_0 le tube T_1 . Le faisceau (r2) va donc être retardé par rapport à (r1), c'est-à-dire que son chemin optique va être plus long. Par le même raisonnement que celui mené à la question précédente, on en conclut que la frange blanche se décale dans le plan d'observation à une position où le retard de (r2) est compensé géométriquement par un retard de (r1), donc la frange blanche se décale en dessous de l'axe optique dans le plan focal de L_2 .
12)	<u>Il faut pivoter la lame à la sortie du tube T_1.</u> Raisonnement pour la forme : on est dans une situation où $\delta_{(r2)}$ est plus long à cause de l'augmentation de l'indice optique dans le tube T_2 . Pour garder la frange blanche sur l'axe optique, il faut compenser ce retard de phase de (r2) par un retard de phase sur (r1), donc en inclinant la lame de verre à la sortie du tube T_1 . De cette façon, les deux rayons entrent dans la lunette avec une différence de chemin optique nulle.
13)	A cause du changement de gaz dans le tube, $\delta_{(r2)}$ est plus long de $d(n_x - n_0)$. Ce retard est compensé en inclinant la lame à la sortie du tube T_1 . En inclinant la lame, on introduit une différence de chemin optique par rapport à (r2) (pour lequel la lame reste verticale). La présence de la lame de verre verticale devant (r2) doit aussi être prise en compte. L'équation donnée Figure 7 donne la différence de chemin optique entre une lame inclinée et le cas où aucune lame n'est présente. Or, il y a bien une lame de verre non inclinée devant le faisceau (r2) ! On pouvait considérer que le montage baignait soit dans le vide, soit dans l'air car c'était pas précisé, aussi accepter ici les expressions qui suivent soient avec n_{vide} soit avec n_0

Cela donne au final :

$$d(n_x - n_0) = (n_{\text{verre}} - n_{\text{vide}}) e \left(1 + \frac{n_{\text{vide}}}{2n_{\text{verre}}} i^2 \right) - (n_{\text{verre}} - n_{\text{vide}}) e$$

D'où :

$$d(n_x - n_0) = (n_{\text{verre}} - n_{\text{vide}}) e \left(\frac{n_{\text{vide}}}{2n_{\text{verre}}} i^2 \right)$$

$$\Leftrightarrow n_x = (n_{\text{verre}} - n_{\text{vide}}) \frac{e}{d} \left(\frac{n_{\text{vide}}}{2n_{\text{verre}}} i^2 \right) + n_0$$

Application numérique :

$$n_x = (1,5 - 1) \frac{740 \cdot 10^{-6}}{1} \left(\frac{1}{2 \cdot 1,5} \left(\frac{5}{180} \cdot \pi \right)^2 \right) + 1,000292 = 1,00029294$$

14)

Préparation du système de mesure : remplissage des deux tubes d'air sec à T_0 et P_0 ; ajustement des lames de verre en position verticale et repérage de l'angle de graduation associé ; repérage de la position de la frange blanche.

Mesure : on remplit le tube T_2 avec le gaz d'étude, à une pression et une température données, puis on recentre la frange blanche sur le même repère que précédemment en pivotant la lame à la sortie de T_1 . On note alors de combien on a tourné la lame pour recentrer la frange blanche sur son repère.

Calcul : on rentre la valeur de l'angle dans l'équation précédente et on trouve l'indice du gaz

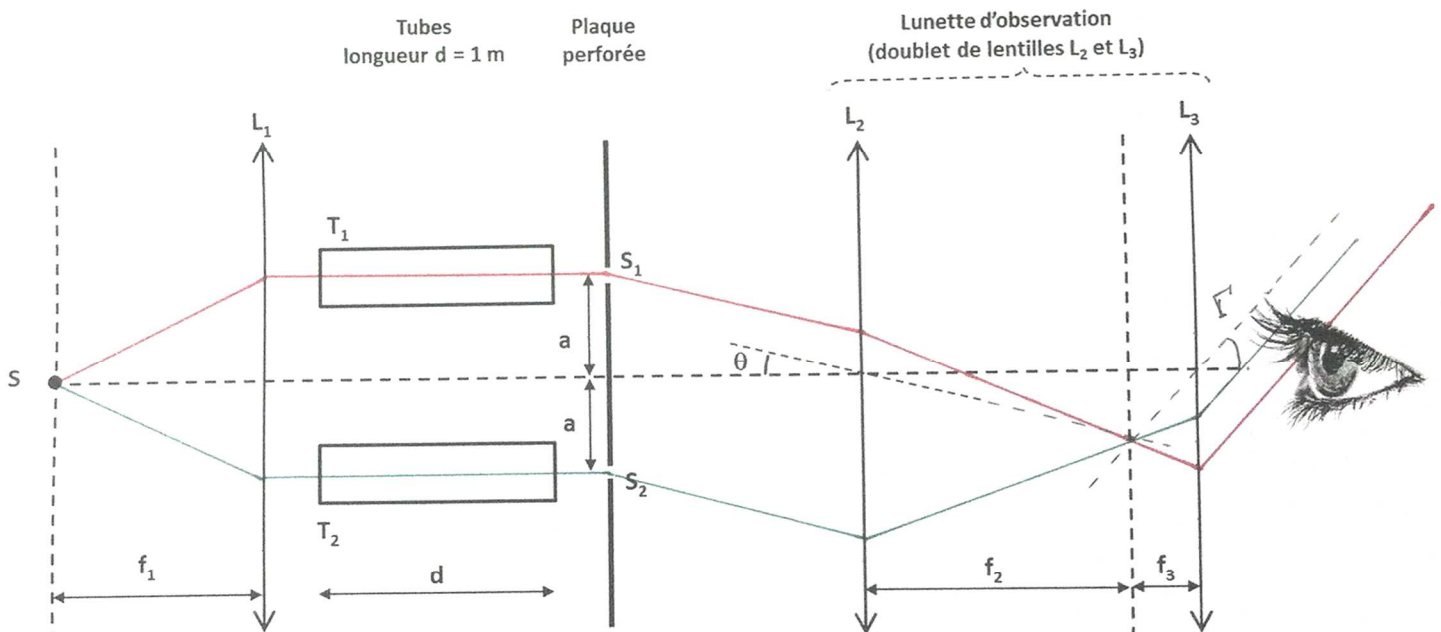


Figure 5 : schéma du dispositif optique de Rayleigh