# Corrigé de l'interrogation de physique du 16/10/2017

**Exo 1 : Electrocinétique 6 points**

1/ $Q(t=0^-)= 0$ et Q continue donc $U_C\ (t=0^+)= 0$
et ainsi (loi des mailles à $t=0^+$) $U_{R1} = 0$, $U_{R2} = e(t=0)=e_o \cos\phi$
$i_{R1} = U_{R1}/R_1 = 0$
$i_C = i_{R2} = U_{R2}/R_2 = eo \cos\phi / R_2$

2/ $R_1$ en parallèle avec C : $1/Z_{eq} = jC\omega + 1/R_1$ ; $Z_{eq} = R_1/(1+jR_1C\omega)$
Ce dipôle en série avec $R_2$ : $Z_{tot} = R_2 + R_1/(1+jR_1C\omega)$

3/ $i_2 = e/Z_{tot}$, d'où $U_{R2} = R_2e/Z_{tot}$ et $H = R_2(1+jR_1C\omega) / (R_1+R_2+jR_1R_2C\omega)$
Module $|Z| = \frac{R2\ (\sqrt{1+(R1C\omega)^2})}{\sqrt{(R1+R2)^2+(R1R2C\omega)^2}}$
Argument $\psi = \mathrm{Atan}(R_1C\omega) - \mathrm{Atan}(R_1R_2C\omega/(R_1+R_2))$

4/ H tend vers $R_2/(R_1+R_2)$ -pont diviseur- soit 0,01 aux faibles pulsations
H tend vers 1 aux fortes pulsations
Filtre passe-haut

**Opérateurs 5 points**

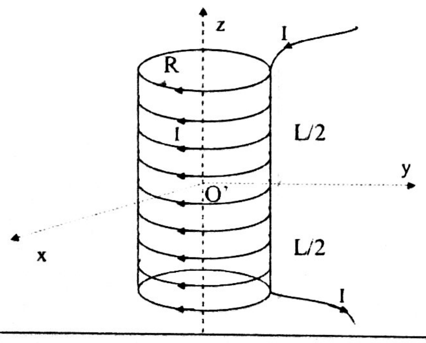
1/ $\mathrm{div}(\vec{D}) = 1/r\ d/dr\ (rDo(1-z/a) = D_o\ (1-z/a)/r$
$\mathrm{rot}\ (\vec{D}) = -D_o/a\ \overrightarrow{u_\theta}$

2/ Si c'était un champ électrostatique on aurait $\mathrm{rot}(\vec{D}) = \vec{0}$ et si c'était un champ magnétique on aurait $\mathrm{div}(\vec{D}) = 0$
Donc ni l'un ni l'autre
On accepte la possibilité d'un champ électrique dérivant d'un champ magnétique dépendant du temps (via Maxwell-Faraday)

3/(avec $\vec{F} = F_0\left(1-\frac{z}{a}\right)\vec{u_z} - F_0\frac{r}{2a}\vec{u_r}$ o)
$\mathrm{div}(\vec{F}) = -2\ Fo/a$
rotationnel nul

**Exo 3 (3 pts)**

| | Question |
|---|---|
| 1 | Schéma du solénoïde |




2.a) Soit un point M (r, θ, z) qcq de l'espace défini par ses coordonnées dans un repère cylindrique. Le plan $(M, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_z})$ est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant, donc le champ B en M doit être contenu dans ce plan => $\overrightarrow{B(M)} = B_r\ \overrightarrow{u_r} + B_z\ \overrightarrow{u_z}$
Invariance de la distribution de courant selon θ donc B ne dépend que de r et z => B(M) = f(r,z) (càd $B_r = g(r,z) et\ B_z = h(r,z)$)

2

b) Soit P(r, θ, 0). P appartient au plan $(O, \overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ qui est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc le champ B en P doit être perpendiculaire à ce plan => $\overrightarrow{B(P)} = B_z\ \overrightarrow{u_z}$

| | |
|---|---|
| | Même invariance que pour M mais ici z=0 donc B(P) = f(r)<br>c) Soit Q(0,0,z) quelconque de l'axe z. Q appartient à tous les plans ($\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_z}$) donc le champ B en Q doit appartenir à tous ces plans => $\overrightarrow{B(Q)} = B_z \overrightarrow{u_z}$<br>Même invariance que pour M mais ici r=0 donc B(Q) = f(z) *(non noté)* |

**Exo 4 (6 pts)**

| | **Question** |
|---|---|
| 1 | Soit un point M (x,y,z) qcq de l'espace. Les plans (M, $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_z}$) et (M, $\overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}$) sont des plans de symétrie de la distribution de charges. Donc E en M doit être contenu dans ces plans => $\overrightarrow{E(M)} = E_z\ \overrightarrow{u_z}$<br>Invariance de la distribution de charges selon x et y => E(M) = $E_z$ = f(z) |
| 2 | a) On donne ρ (z) = $\rho_1$ cos($\pi\frac{z}{2a}$) donc on a ρ (-z) = ρ (z). La distribution de charges est symétrique par rapport au plan (O, $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}$). Donc pour deux points M et M' symétriques par rapport à ce plan on doit avoir :<br>$\overrightarrow{E(M')} = sym\,\overrightarrow{E(M)}$.<br>Comme E est selon z on en déduit que f(-z) =- f(z) → E fonction impaire |
| | b) Quel que soit P appartenant au plan (O, $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}$) qui est plan de sym. des charges, E en P doit être contenu dans le plan, et comme E est selon $\overrightarrow{u_z}$ la seule possibilité est d'avoir $\overrightarrow{E(P)} = \vec{0}$ |
| | c) Soit M(x,y,z) un point qcq de l'espace où on veut calculer E par le théorème de Gauss, sachant que $\overrightarrow{E(M)} = f(z)\ \overrightarrow{u_z}$. ; et que f(0)=0.<br>(1) Il faut une surface (S) qui passe par le point M et dont au moins une des faces présente une normale selon z.<br>(2) La surface peut aussi passer par le point M'(x,y,-z) car on sait que f(-z) = - f(z) ou bien par le point P (x,y,0) car on sait que f(0) = 0.<br>(3) Il faut aussi que sur toutes les faces qui n'ont pas une normale selon z le flux de E soit nul.<br>A : convient car on respecte (1) (2) et (3)<br>B : ne convient pas car on a pas (1) ni (3) car la normale à (S) est le vecteur radial<br>C : ne convient pas car on n'a pas (2)<br>D : idem réponse B<br>E, F, G : convient car on respecte (1) (2) et (3)<br>H : ne convient pas car on ne respecte pas (1) |
| 3 | Calcul de E avec les **relations locales** en M (x,y,z). On peut se placer ici en cylindrique si on ne connait pas la divergence en cartésienne :<br>pour M(r, θ, z) :<br>• Soit –a < z < a : on a $div\,\overrightarrow{E(M)} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\cos(\frac{\pi z}{2a}) \Leftrightarrow$<br>$E_z(z) = \frac{2a\rho_1}{\pi\varepsilon_0}\sin\left(\frac{\pi z}{2a}\right) + K$<br>Or E(0)=0 donc K=0 et $E_z(z) = \frac{2a\rho_1}{\pi\varepsilon_0}\sin\left(\frac{\pi z}{2a}\right)$<br>• Soit z < - a $div\,\overrightarrow{E(M)} = 0 \Leftrightarrow E_z(z) = K'$<br>• Soit z > a : $div\,\overrightarrow{E(M)} = 0 \Leftrightarrow E_z(z) = K''$<br>La symétrie / (O, $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}$) ((f(-z) =- f(z)) implique K'=-K''<br>La charge est volumique donc on a continuité de E , donc<br>$$E_z(a+) = E_z(a-)$$<br>$$E_z(a+) = K'' = E_z(a-) = \frac{2a\rho_1}{\pi\varepsilon_0}\sin\left(\frac{\pi a}{2a}\right) = \frac{2a\rho_1}{\pi\varepsilon_0}$$ |