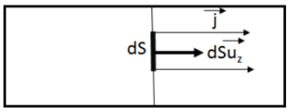
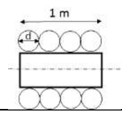
1er exercice : Dimensionnement d'un solénoïde (13 pts)		Exp. Litt.	AN
1.1	$\underline{Z} = R + j\left(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}\right) = R + j(\frac{LC\omega_0^2-1}{C\omega_0})$	1 ou 0	
1.2	i(t) et u(t) sont en phase $\underline{Z}$ est réel, c'est-à-dire quand sa partie imaginaire est nulle soit quand $LC(\omega_0)^2 = 1$	0.5 ou 0	
2.1	$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$ donc $\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \vec{E}.\vec{dl} = -\int_{V(-\frac{l}{2})}^{V(\frac{l}{2})} dV = V\left(-\frac{l}{2}\right) - V\left(\frac{l}{2}\right) = U$	0.5, 0.5	
2.2	La loi d'ohm locale s'applique donc $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ donc $\vec{E}$ <u>colinéaire</u> à $\vec{j}$ et $\vec{j}$ <u>uniforme si $\vec{E}$ l'est</u>.	0.5 ou 0	
2.3	$di = \vec{j}.dS\vec{u_z} = J_0 dS$  $I = \iint_S di = J_0 S = J_0\frac{\pi d^2}{4}$	0.5 0.5	
2.4	$\boldsymbol{U} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \boldsymbol{\vec{E}.dz\vec{u_z}} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\vec{j}}{\gamma}.dz\vec{u_z} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{J_0}{\gamma}.dz = \frac{J_0}{\gamma}l = \frac{lI}{\gamma S} = \frac{4lI}{\pi\gamma d^2} = RI$ d'où $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{\frac{l}{\gamma S}} = \boldsymbol{\frac{4l}{\pi\gamma d^2}}$	0.5, 0.5 0.5	
3.1	Dans l'hypothèse du solénoïde infiniment long, les plans P(M, $\vec{u_r}, \vec{u_\theta}$)sont des plans de symétries de la distribution de courant qui crée le champ donc $\overrightarrow{B(M)} = B_z(r,\theta,z)\vec{u_z}$. Toute translation le long de l'axe z et toute rotation d'axe z et d'angle θ quelconque laissent invariante la distribution de courant qui crée le champ, donc $\overrightarrow{B(M)} = B_z(r)\vec{u_z}$.	0.5 0.5	
3.2	Par Ampère intégral, en faisant circuler $\overrightarrow{B(M)}$ sur un rectangle dont un des côté est sur l'axe (r=0) et l'autre en r quelconque mais $<\frac{D}{2}$ et montrer que $\forall r < \frac{D}{2}, B_z(r) = B_z(O)$ car ce circuit n'enlace aucun courant. On peut aussi le faire par la relation locale mais il faut connaître le rotationnel en coordonnées cylindriques. $\overrightarrow{rotB} = \mu_0\vec{j} = \vec{0}$ à l'intérieur du solénoïde, soit $-\frac{dB_z(r)}{dr} = 0$ soit $B_z(r) = K$	0.5 0.5	
3.3	$nd = 1$ donc $n = \frac{1}{d}$ 	0.5 ou 0	
3.4	Périmètre d'une spire parfaitement circulaire : πD. En considérant que toute la longueur l de fil est utilisée par les spires, on a $N\pi D = l$ donc $N = \frac{l}{\pi D}$	0.5 ou 0	
3.5	On calcule le flux φ du au champ $\vec{B}$ créé par le solénoïde à travers le solénoïde lui-même en prenant la normale au spire dans le sens de $\vec{B}$ $\varphi = \boldsymbol{N} \iint_{\boldsymbol{Spire}} \boldsymbol{\vec{B}.\vec{dS}} = N \iint_{Spire} B.dS = \boldsymbol{N(\mu_0 nIS)} = \frac{l}{\pi D}\left(\mu_0\frac{1}{d}\frac{\pi D^2}{4}\right)I = \boldsymbol{LI}$ $\boldsymbol{L = \mu_0\frac{lD}{4d}}$	0.5, 0.5, 0.5 0.5	
4.1, 4.2, 4.3 : 0 si pas d'unité et 4.3 : 0 si N n'est pas entier			
4.1	$R = \frac{4l}{\pi\gamma d^2}$ donc $l = \frac{R\pi\gamma d^2}{4} = \frac{0.1*\pi*58.7*10^6*(1.5*10^{-3})^2}{4} = 10.4\ m$		0.5
4.2	$L = \mu_0\frac{lD}{4d}$ donc $D = \frac{4dL}{\mu_0 l} = \frac{4d\frac{1}{C\omega_0^2}}{\mu_0 l} = \frac{4*(1.5*10^{-3})*\frac{1}{(180*10^{-6})*(6283.4)^2}}{4\pi*10^{-7}*10.4}$=0.065 m =6.5 cm		0.5
4.3	$N = \frac{l}{\pi D} = \frac{10.4}{\pi * 6.5 * 10^{-2}} = 51$		0.5
5.1	$LC(\omega_0)^2 = 1$ si ω_0 est divisée par 10, il ϕaut multiplier L par 100		0.5
5.2	On rajoute un matériau magnétique de perméabilité 100 μ_0		0.5

2nd exercice : Récupération d'énergie (7pts)			
1	Symétrie des courants : tous les plans contenant l'axe du fil $\vec{B}$ perpendiculaire à ces plans alors $\vec{B} = B\overrightarrow{u_\theta}$ Invariance par rotation et translation alors $\vec{B} = B(r)\overrightarrow{u_\theta}$ (repère cylindrique) Enoncé du théorème d'Ampère $\oint \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \mu_0 \sum i$ avec contour d'Ampère : cercle de rayon r centré sur le fil et orienté $+\overrightarrow{u_\theta}$ $\oint \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = 2\pi r B$ et $\sum i = i_f$ soit $\vec{B}(t) = \frac{\mu_0 i_f(t)}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$ Dans ce calcul : on néglige le courant de déplacement dans le théorème d'Ampère	0.5 0.5 0.5 0.5	
2	$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ et $\Phi = \iint \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS}$ $\overrightarrow{dS} = dr\, dz\, \overrightarrow{u_\theta}$ (en respectant l'orientation du circuit sur la figure 4) $\Phi = \iint \frac{\mu_0 i_f}{2\pi r}\cdot drdz = \frac{\mu_0 i_f a}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i_f a}{2\pi} ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$ $e = \frac{\mu_0 I_f \sqrt{2}\omega sin(\omega t)\, a}{2\pi} ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$ soit $E = \frac{\mu_0 I_f\, \omega\, a}{2\pi} ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$ $i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{\mu_0 I_f \sqrt{2}\omega sin(\omega t)\, a}{2\pi R} ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$ soit $I = \frac{\mu_0 I_f\, \omega\, a}{2\pi R} ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5	
4	($E \approx 56{,}3\mu V, I \approx 5{,}63\mu A$) $P \approx 317\cdot 10^{-12}$W Puissance très faible => augmenter nombre de tours, augmenter la taille du circuit, rapprocher le circuit du fil, augmenter la fréquence, introduire un milieu magnétique etc…	0.5 0.5	
5	En écriture complexe $\underline{e} = R\underline{i'} + jL\omega\underline{i'}$ soit $I' = \frac{E}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}$ $P' = RI'^2 = R\frac{E^2}{R^2+(L\omega)^2} < P$ (puissance récupérée plus faible) A.N. L =100mH => $P' \approx 29{,}2\cdot 10^{-12}$W	0.5 0.5 0.5	