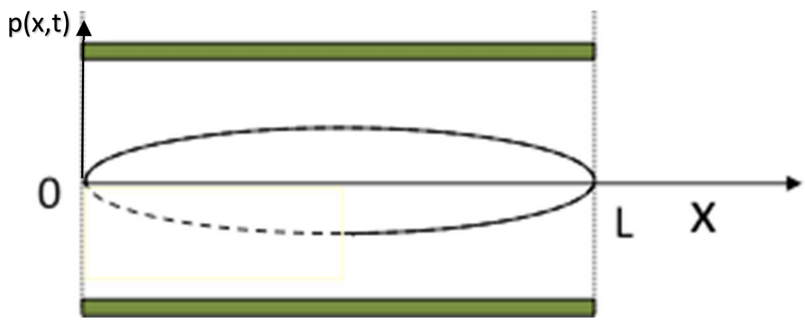
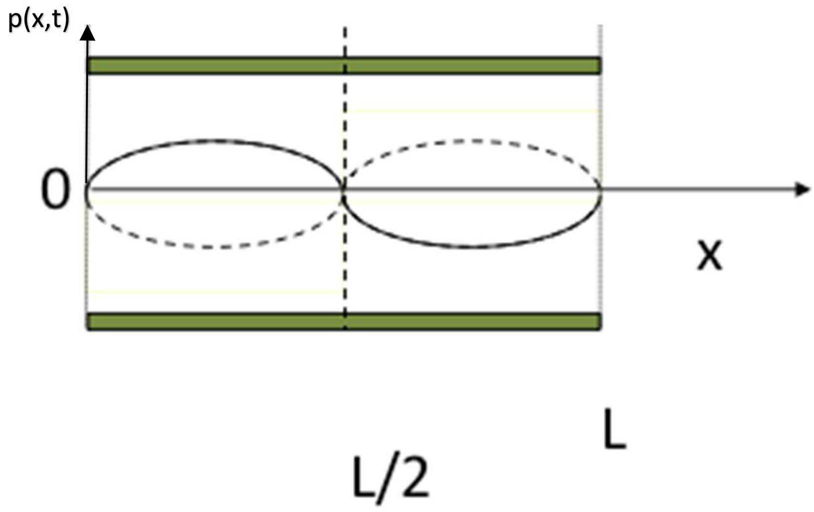
Physique : Interrogation n°3

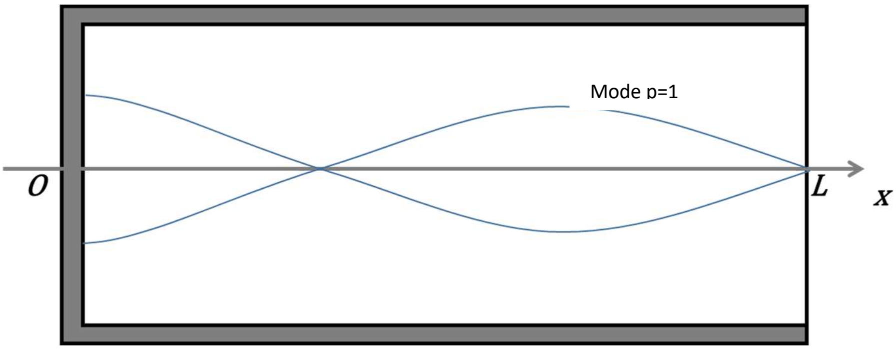
Jeudi 5 Mars Durée : 1h30

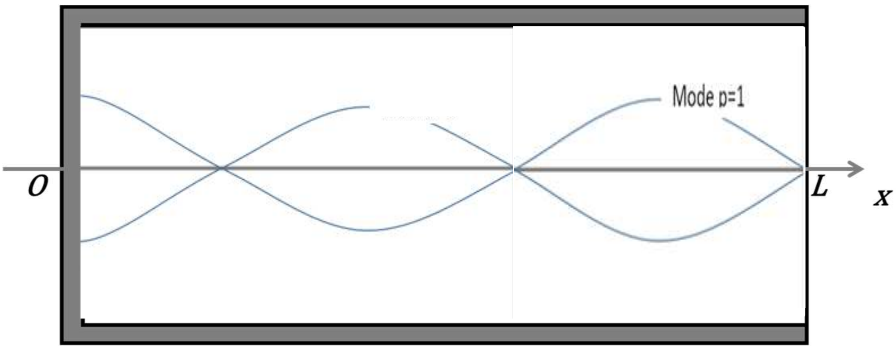
CORRIGE

Barème sur

EXERCICE 1 : Son et musique/Tuyau d'orgue		**10** **+ bonus 1**
1)	Chaque extrémité débouche à l'air libre, c'est-à-dire qu'on fait tendre à chaque extremité la section vers l'infini, les conditions de continuité des débits et des surpressions impose alors une supression qui tend vers 0.	**0,5**
2)	La surpression p(x,t) dans le tuyau est solution de l'équation de d'Alembert : $\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=0}$ On considère une onde stationnaire de surpression : $p(x,t)=A\cos(\omega t+\varphi)\cos(kx+\varphi)$ En reportant cette solution dans l'équation de D'Alembert, on obtient : $-k^2+\frac{\omega^2}{c^2}=0$ donc $k=\frac{\omega}{c}$ (en choisissant k>0)	**0,25** **0,75 pour la démo pas pour le résultat dans le formulaire**
3)	L'onde stationnaire doit vérifier les conditions aux limites : p(0,t)=0 et p(L,t)=0 . Cela impose : • $p(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi)\cos(\varphi)=0$ soit cos(φ)=0 c'est à dire $\varphi=\pm\pi/2+p\pi$ • $p(L,t)=A\cos(\omega t+\varphi)\cos(kL\pm\pi/2)=0$ soit $\sin(kL)=0$ On en déduit : $kL=p\pi$ avec p entier. Or $k=\frac{\omega}{c}=\frac{2\pi f}{c}$ On en déduit les fréquences propres $\boxed{f_p=\frac{pc}{2L}}$ Mode 1 :  mode 2 :	0,5 0,5 0,25 0,25 0,5

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
</td>
<td>0,5</td>
</tr>
<tr>
<td>4)</td>
<td>Extrémité ouverte = nœud de surpression
Extrémité fermée = ventre de surpression

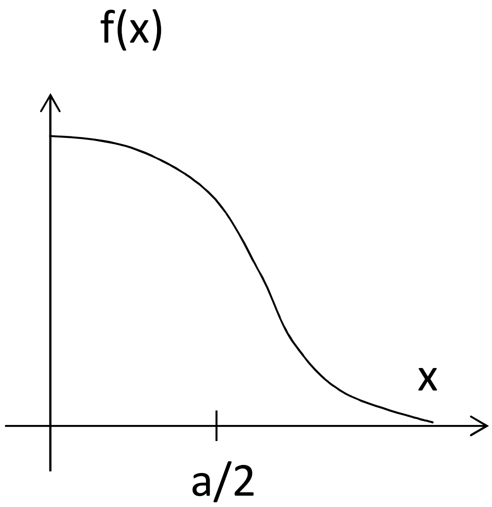
Mode p=1 , ou deuxième mode


Mode p=2 ou troisième mode

</td>
<td>0,5

0,5</td>
</tr>
<tr>
<td>5)</td>
<td>$f^{(n+1)} = f^{(n)}\, 2^{1/12} = 2^{2/12}\, f^{(n-2)} = \dots = 2^{n/12}\, f^{(0)}$
d'où $\boxed{f^{(n)} = 2^{n/12}\, f^{(0)}}$</td>
<td>0,5</td>
</tr>
<tr>
<td>6)</td>
<td>On utilise cette relation entre le la_3 (n=9) et le do $_3$ (n=0) :
$f_{la_3} = f^{(9)} = 2^{9/12}\, f^{(0)} = 2^{9/12}\, f_{do^3}$</td>
<td>0,25</td>
</tr>
</table>

	D'où $f_{do^3} = 2^{-9/12}\, f_{la_3}$ Par ailleurs $f_{do_2} = \dfrac{f_{do_3}}{2}$ et $f_{do_1} = \dfrac{f_{do_2}}{2}$ A.N $\boxed{f_{do_3} = 262\,Hz}$ $\boxed{f_{do_2} = 131\,Hz}$ $\boxed{f_{do_1} = 65{,}5\,Hz}$	0,5 0,25+ 0,25+0,25
7)	La longueur du tuyau d'orgue prise entre la bouche et l'extrémité permet d'imposer un neud de surpression à ces deux extrémités ouvertes. Cette longueur correspond ainsi à la longueur L du tuyau étudié. La fréquence fondamentale du son s'écrit $f_1 = \dfrac{c}{2L}$. La note de fréquence la plus haute est obtenue pour la longueur L la plus petite. A.N : L autour de 1.3 , f autour de 120 Hz La note de fréquence la plus grave est obtenue pour la longueur L la plus grande. A.N : L autour de 4,6, f autour de 36 Hz	0,5 0,75 0,75
8)	La note la plus grave est obtenue pour la longueur L la plus grande. Le fa_2 , de fréquence fondamentale $fa_2 = 2^{5/12}\, f_{do_2} = 175\,Hz$, est donc joué par le tuyau le plus grand, de longueur : $\boxed{L_0 = \dfrac{c}{2\, f_{fa_2}} = 0{,}97\,m}$ La fréquence fondamentale du son joué par le tuyau de longueur L_i s'écrit $f_i = \dfrac{c}{2L_i}$ Or $f_i = 2^{\frac{i}{12}} f_{fa_2} = 2^{\frac{i}{12}} \dfrac{c}{2L_g}$ On en déduit : $L_i = 2^{-\frac{i}{12}} L_g$ La longueur des tuyaux diminue lorsque l'on augmente la fréquence. On peut mesurer expérimentale la longueur Li des tuyaux et vérifier cette relation avec 5 mesures. Incertitude tolérée 10%.	**Bonus (pas demandé): 0,5 +0,5** **1** **0,5**
EXERCICE 2 :		**11 points**
1)	La relation de Descartes donne $n_c \sin(\theta) = n_g \sin(r)$ Si $n_c>n_g$, il y a réflexion totale pour un angle $\theta > \theta_c$ tel que $n_c \sin(\theta_c) = n_g$ Soit $\theta_c = arc\sin\left(\dfrac{n_g}{n_c}\right)$	0.5 0,5
2)	Les équations de Maxwell s'écrivent $\vec{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $div\,\vec{E} = 0$, $\vec{rot}\,\vec{B} = \varepsilon\,\mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \dfrac{n^2}{c^2}\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ En utilisant l'identité relative au rotationnel On en déduit	0,5 (pour avoir correctement utilisé absence de courant et de charge)

	$\Delta\vec{E} = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$	0,5 (pour démo juste , 0 pour toute erreur)
3)	Expressions correctes du Laplacien et de la dérivée seconde de E Avec l'équation d'onde on obtient $\mathrm{f''(x)\,g(z) + f(x)\,g''(z)} = -\frac{n^2}{c^2}\omega^2 f(x)g(z)$ $\frac{\mathrm{g''(z)}}{\mathrm{g(z)}} = -\frac{\mathrm{f''(x)}}{\mathrm{f}(x)} - \frac{n^2}{c^2}\omega^2$ g''/g est donc indépendant de z. Afin d'obtenir des solutions sinusoïdales, on doit poser $g(z) = e^{-ik_z z}$ K_z constante réelle positive pour qu'il n'y ait pas d'atténuation $\frac{\mathrm{g''(z)}}{g(\mathrm{z})} = -k_z{}^2$ avec k_z une constante qui ne dépend ni de z ni de x.	0,5+0,25 0.25 0.5 0.5 0.25
4)	La fonction f vérifie $\frac{\mathrm{f''(x)}}{\mathrm{f}(x)} = k_z^2 - \frac{n^2}{c^2}\omega^2$ $-k_{cx}{}^2 = k_z{}^2 - \frac{n^2}{c^2}\omega^2$ et $k_{gx}{}^2 = k_z{}^2 - \frac{n^2}{c^2}\omega^2$ k_{cx} et k_{gx} réels => $k_{cx}{}^2 > 0$ et $k_{gx}{}^2 > 0$, => $\frac{n_g\omega}{c} < k_z < \frac{n_c\omega}{c}$ donc $n_c > n_g$ on retrouve la condition de réflexion totale	0.25 0.75+0.75 1 0.5
5)	La continuité de la composante tangentielle de E donne $A\cos(\frac{k_{cx}a}{2}) = \mathrm{C'}$ Avec $\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, on obtient $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$ B_z est continue donc $\frac{\partial E_y}{\partial x}$ $Ak_{cx}\sin(\frac{k_{cx}a}{2}) = \mathrm{C'k_{gx}}$ On obtient bien $\tan(\frac{k_{cx}a}{2}) = \frac{k_{gx}}{k_{cx}}$	0.75 0.5 **Bonus : 0.25** 1 0.25
6)	Allure de la fonction f(x) en fonction de x.	

		0.5
7)	On a d'après 5) : $\tan(\frac{k_{cx}a}{2}) = \frac{k_{gx}}{k_{cx}}$ En utilisant les expressions de kg (x) et kc(x) de la question 4, obtient : $\tan(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{n_c{}^2\omega^2}{c^2} - k_z{}^2}) = \frac{\sqrt{k_z{}^2 - \frac{n_g{}^2\omega^2}{c^2}}}{\sqrt{\frac{n_c{}^2\omega^2}{c^2} - k_z{}^2}}$ Relation non linéaire	0.5
Questions de cours		**2 points**
1)	c)	1 (-1 par réponse fausse, sans points négatifs)
2)	c) d)	0,5 0,5 (-1 par réponse fausse sans points négatifs)