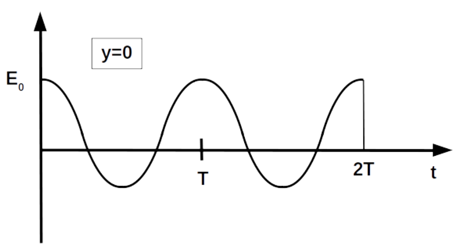
Devoir de synthèse de Physique

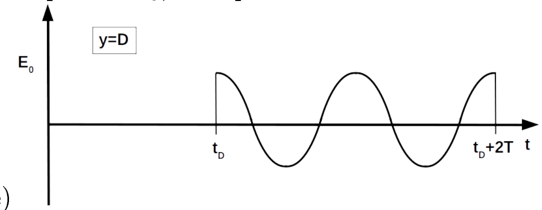
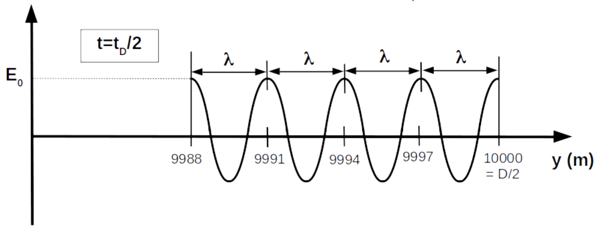
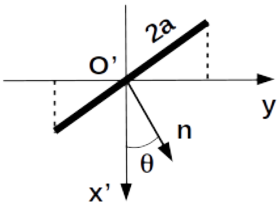
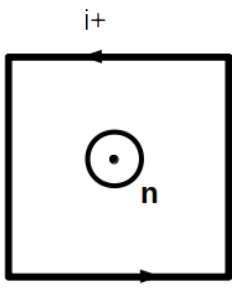
2ème année, 24 Janvier 2020 : Correction et barême

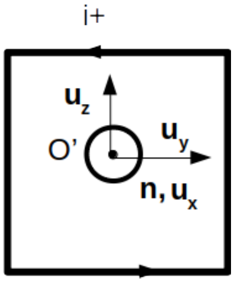
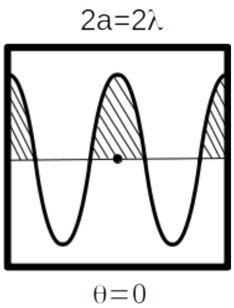
Partie 1 : Capteurs capacitifs et inductifs	**Points**	**Total question**
1- Symétries / Invariances :		
On se munit d'un repère cylindrique	0.5	
Tout point M appartient à un plan de type $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ et à un plan de type $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ tous les deux plans de symétrie de la distribution de charges	0.5	
Le champ $\vec{E}$ est donc contenu dans chacun de ces plans, ce qui implique : $E_z = E_\theta = 0$.	0.5	
Invariance en z et θ	1	
Finalement : $\vec{E} = E_r(r)\,\vec{u_r}$	0.5	
On peut ensuite utiliser soit le théorème de Gauss, soit l'équation de Maxwell-Gauss pour trouver le champ.		sous total : 3
(3 points pour le calcul du champ) **Par le théorème de Gauss :** On choisit une surface de Gauss cylindrique fermée par deux disques, rayon r, axe Oz, hauteur H.	0.5	
Le flux à travers disques sont nuls car les normales à ces surfaces sont perpendiculaires au champ $\vec{E}$.	0.5	
Le flux à travers la surface cylindrique est égal à $2\pi r H E_r$ car $\vec{E}$ **est constant sur toute cette surface.**	0.5	
Le théorème donne donc : $\oiint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	0.5	
$2\pi r H \epsilon_0 E_r = Q \Rightarrow E_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H r}$	1	
Par Maxwell-Gauss : $\vec{\nabla}.\epsilon_0\vec{E} = \rho$	0.5	
Ici : $\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$ car pas de charges volumiques (seulement des conducteurs chargés en surface).	0.5	
Ce qui donne $\frac{1}{r}\frac{\partial(rE_r)}{\partial r} = 0 \Rightarrow E_r = \frac{A}{r}$ avec A=cte.	0.5	
Le théorème de Coulomb (relations de passage) donne le champ en $r = R_1$: $E_r(R_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$		
$E_r(R_1) = \frac{Q}{2\pi R_1 H \epsilon_0} = \frac{A}{R_1}$	0.5	
D'où $A = \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0}$ et $E_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H r}$	1	sous total : 6
Une fois qu'on a E_r on le fait circuler pour le relier à U_0 $U_0 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.\vec{dl} = \int_{R_1}^{R_2} E_r\vec{u}_r.dr\vec{u}_r = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H}\frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H} ln\frac{R_2}{R_1}$	2	total : 8
2- La capacité se déduit de l'expression précédente et de $Q = CU_0$	0.5	

On a donc : $C = \dfrac{2\pi\epsilon_0 H}{ln\dfrac{R_2}{R_1}}$	0.5	1
3- Par Maxwell-Gauss : $\vec{\nabla}.\epsilon_0\vec{E} = \rho$	0.5	
$\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(r\epsilon_0 E_r)}{\partial r} = \rho \Rightarrow \dfrac{\partial(r\epsilon_0 E_r)}{\partial r} = \rho r \Rightarrow r\epsilon_0 E_r = \rho\dfrac{r^2}{2} + A \Rightarrow E_r = \rho\dfrac{r}{2\epsilon_0} + \dfrac{A}{\epsilon_0 r}$	1	
Les relations de passage nous donnent (avec une normale $\vec{n}$ orientée le long de $\vec{u}_r$) :	0.5 (normale)	
$\vec{n}.(\epsilon_0 E_r(R_1) - 0) = \sigma = \dfrac{Q}{2\pi R_1 H} \Rightarrow E_r(R_1) = \dfrac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_1 H}$	0.5	
Ce qui donne : $\rho\dfrac{R_1}{2\epsilon_0} + \dfrac{A}{\epsilon_0 R_1} = \dfrac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_1 H}$ et donc $A = \dfrac{Q}{2\pi H} - \dfrac{\rho R_1^2}{2}$	1	
Finalement : $E_r = \dfrac{\rho r}{2\epsilon_0} + \dfrac{1}{r}(\dfrac{Q}{2\pi H\epsilon_0} - \dfrac{\rho R_1^2}{2\epsilon_0})$	0.5	4
4- On fait à nouveau circuler $\vec{E}$ entre les deux armatures :		
$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.\vec{dl} = \int_{R_1}^{R_2} (\dfrac{\rho r}{2\epsilon_0} + \dfrac{Q}{2\pi H\epsilon_0 r} - \dfrac{\rho R_1^2}{2\epsilon_0 r})dr$		
$= \dfrac{\rho}{4\epsilon_0}(R_2^2 - R_1^2) + \dfrac{Q}{2\pi H\epsilon_0}ln(\dfrac{R_2}{R_1}) - \dfrac{\rho R_1^2}{2\epsilon_0}ln(\dfrac{R_2}{R_1})$		
$= U_0 + \dfrac{\rho}{4\epsilon_0}\left(R_2^2 - R_1^2 - 2R_1^2 ln(\dfrac{R_2}{R_1})\right)$	2	
Avec $\Delta U = \dfrac{\rho}{4\epsilon_0}\left(R_2^2 - R_1^2 - 2R_1^2 ln(\dfrac{R_2}{R_1})\right)$	1	3
5- Si $R_2 = R_1 + e$ avec e très petit, on a :		
$R_2^2 - R_1^2 = (R_1 + e)^2 - R_1^2 = 2eR_1 + e^2$	0.5	
$2R_1^2 ln(\dfrac{R_2}{R_1}) = 2R_1^2 ln(\dfrac{R_1 + e}{R_1}) = 2R_1^2 ln(1 + \dfrac{e}{R_1})$	0.5	
$\simeq 2R_1^2(\dfrac{e}{R_1} - \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2}{R_1^2}) \simeq 2eR_1 - e^2$		
Et finalement :		
$\Delta U \simeq \dfrac{\rho e^2}{2\epsilon_0}$ (donner 1 sur 2 si facteur 1/4 quand tout n'est pas développé au même ordre)	1	2
6- A.N. $\rho_{min} = 1,8.10^{-8}\ C.m^{-3}$ avec e=1 mm.	2	2
7- ρ en $C.m^{-3}$ et v en $m.s^{-1}$, ce qui donne j en $C.m^{-2}s^{-1}$	0.5	
Ce qui est bien homogène à une densité de courant $\vec{j} = nq\vec{v}$ avec n en m^{-3}, q en C et v en $m.s^{-1}$.	1	
On a alors $I = \iint \vec{j}.\vec{dS} = \rho v S$	0.5	2
8- On passe obligatoirement par le théorème d'Ampère. Si le flux chargé est assimilé à un cylindre parcouru par un courant I, et en se dotant d'un repère cylindrique, alors tout plan de type $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ (M quelconque) est un plan de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan.	sym : 0.5	
On a donc $\vec{B} = B_\theta(r, \theta, z)\,\vec{u}_\theta$		
Invariance en θ, mais pas en z (car par d'invariance des milieux en z) (compter juste si les étudiants ne voient pas l'absence d'invariance en z, et compter un bonus de 1 point s'ils <u>justifient</u> la non-invariance en z par la non-invariance des milieux (donner alors un point bonus)	0.5 + 1 bonus	
On a donc $\vec{B} = B_\theta(r, z)\,\vec{u}_\theta$	0.5	
On choisit un contour d'Ampère circulaire, axe (Oz), rayon r, qu'on parcourt dans le sens de $\vec{u_\theta}$. Sur ce contour, le courant I est compté positivement.	0.5+0.5 (sens)	
$\oint \dfrac{\vec{B}}{\mu}.\vec{dl} = \Sigma_i I_i = 2\pi r\dfrac{B_\theta}{\mu}$	0.5	

Si on se place à une distance R de l'axe, on a $2\pi R\dfrac{B_\theta}{\mu} = I$ Soit : $B_\theta = \dfrac{\mu I}{2\pi R} = \dfrac{\mu\rho v S}{2\pi R}$	0.5 0.5	 4
9- $e = -\dfrac{d\phi}{dt}N$ Ici : $\phi = B_\theta S_c = \dfrac{\mu N\rho v S S_c}{2\pi R}$ Donc $\lvert e\rvert = \dfrac{\mu\rho N S S_c}{2\pi R}\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{\mu v N S S_c}{2\pi R}\dfrac{d\rho}{dt}$	0.5 0.5 1	 2
10- Si la le fluide est homogène (ρ constant), alors on peut mesurer l'accélération du fluide par ce biais. Ce dispositif permet donc en théorie de mesurer l'accélération des particules à ρ constant, ou la variation de la densité de charges si le flux est régulier (v constant).	1	1
	Total	**29(+1)**

Partie 2 : Ballon sonde	Points	Total question
11- $\lambda = cT = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3.10^8}{10^8} = 3\ m$	0.5+0.5 (A.N.)	1
12- La longueur d'onde est très inférieure à la distance entre le ballon sonde et le récepteur, il faut donc tenir compte de la propagation	0.5	0.5
13- L'air est assimilé à du vide, donc propagation sans pertes	0.5	0.5
14- L'expression de l'onde est sinusoïdale : c'est une onde harmonique	0.5	0.5
15- Les surfaces équiphases sont données par l'équation $y = cte$ qui est l'équation d'un plan perpendiculaire à l'axe (Oy) : l'onde est **plane**.	1	1
16- l'onde est uniforme car son amplitude dans un plan d'onde (y=cte) ne dépend pas des variables x et/ou z	0.5	0.5
17- Le champ électrique est polarisé dans la direction (Oz) d'après son équation (vecteur $\vec{u}_z$).	0.5	0.5
18- L'onde se propage dans la direction (Oy) dans le sens des y croissants. L'onde est transversale	0.5+0.5	1
19- On a une propagation dans un milieu isolant et non chargé. L'onde est **plane**, **progressive** et **uniforme**, ce qui autorise l'utilisation de la formule $\vec{B} = \dfrac{\vec{u}_y}{c} \wedge \vec{E}$.	1	1
20- 	3	3
21- $t_D = \frac{D}{c}$ A.N. : $t_D = 66.7\,\mu s$	0.5 0.5	1

22- (Pour la notation des graphes : -2 si t_D n'est pas indiqué, -2 si $t_D + 2T$ n'est pas indiqué, -2 si pas de E_0, -2 si phase  incorrecte)	3	3
23- (Pour la notation des graphes : -2 si pas de graduation indiquant la valeur de la longueur d'onde de 3 m), -2 si pas de graduation de la position de la fin/début du train d'onde, -1 si phase incorrecte et/ou incohérente avec les questions précédentes, -2 si pas le bon nombre de périodes) 	4	4
24- 	0.5	0.5
25- $\vec{B}(M) = \frac{E_0}{c} cos(\omega t - ky)\, \vec{u}_x$ Il faut que l'onde ait parcouru une distance supérieure à $D + a\, cos(\theta)$ pour que tout le cadre reçoive le signal lorsque la normale fait un angle θ avec (Ox), ce qui correspond à un temps $t \geq \frac{D + a\, cos(\theta)}{c}$. L'onde est donc contenue entre $D - a\, cos(\theta)$ et $D + a\, cos(\theta)$.	1 1	 2
 **26-**	0.5	0.5
27- $d\phi = \vec{B}.\vec{dS} = \frac{E_0}{c} cos(\omega t - ky)\, \vec{u}_x.dS\, \vec{n}$ $= \frac{E_0}{c} cos(\omega t - ky)\, dS\, cos(\theta)$ $d\phi$ est maximal pour $\theta = 0$ (compter juste si N est pris en compte)	1 1 1	 3

28- 	1	1
29- Avec $dS = 2a\,dy$ $\phi = N\dfrac{2aE_0}{c}\displaystyle\int_{D-a}^{D+a} cos(\omega t - ky)\,dy$ $= -\dfrac{2aNE_0}{kc}\,[sin(\omega t - ky)]_{D-a}^{D+a}$ $= \dfrac{2aNE_0}{kc}\,(-sin(\omega t - kD - ka) + sin(\omega t - kD + ka))$ $= \dfrac{4aNE_0}{kc}\,sin(ka)cos(\omega t - kD)$	0.5 1 2	 3,5
30- $e = -\dfrac{d\phi}{dt}$ $= -\dfrac{4aNE_0}{kc}\,sin(ka)(-\omega\,sin(\omega t - kD))$ $= +\dfrac{4aNE_0\omega}{kc}\,sin(ka)(sin(\omega t - kD)$	2	2
31- Si $a = \lambda$ alors $ka = k\lambda = 2\pi$ donc $sin(ka) = 0$  La longueur d'onde étant multiple de la taille du cadre, on est dans le cas de la figure c-dessus. Dans ce cas précis l'intégrale correspondant au flux sur la partie hachurée vient compenser exactement l'autre partie (rester souple sur la notation et accepter toute formulation équivalente).	1 2	 3
32- Fonction de type $a\,sin(ka)$ à étudier e est maximale si $\dfrac{d}{da}(a\,sin(ka)) = 0$ Ce qui arrive si $tan(ka) = ka$	1 2	 3
33- Si $a \ll \lambda$ alors $sin(ka) = sin(\dfrac{2\pi a}{\lambda}) \simeq \dfrac{2\pi a}{\lambda}$ $+\dfrac{4aNE_0\omega}{kc}\,sin(ka)(sin(\omega t - kD) \simeq +\dfrac{8\pi a^2 NE_0\omega}{k\lambda c}\,(sin(\omega t - kD)$ $\simeq \dfrac{8\pi a^2 NE_0\omega}{2\pi c}\,(sin(\omega t - kD) \simeq \dfrac{4a^2 NE_0\omega}{c}\,(sin(\omega t - kD)$ $\simeq 4a^2 N\omega\,B_0\,(sin(\omega t - kD)$ On retrouve le flux d'un champ **uniforme** $\vec{B} = B_0 cos(\omega t - ky)\vec{u}_x$ sur un cadre de côté 2a, la dimension du cadre étant trop petite pour que le champ varie significativement sur la surface du cadre.	1 1 1	 3
Total		**39**

Partie 3 : réception des données		
34- Il s'agit d'un pont diviseur de tension : $\underline{s} = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}\,\underline{e}$ d'où $\underline{H} = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}}{R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})}$ On mutiplie en haut en bas par $jC\omega$: $\underline{H} = \dfrac{1}{jRC\omega + (-LC\omega^2 + 1)} = \dfrac{1}{(1 - LC\omega^2) + jRC\omega}$ On a donc $X = (1 - LC\omega^2)$ et $Y = RC\omega$	2 2	 4
35- $\underline{H} = \dfrac{1}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) + jRC\omega}$	1	1
36- Quand $\omega \to 0$ alors $\underline{H} \to 1$ Quand $\omega \to \infty$ alors $\underline{H} \to 0$	1 1	 2
37- Quand $f = 10^8$ Hz, alors on se trouve au maximum du gain de réception de l'antenne. Le signal d'entrée est donc multiplié par 200.	1 2	 3
38- Pour $\omega = \omega_0$ alors $\underline{H} = \dfrac{1}{jRC\omega}$ $\underline{s} = \dfrac{1}{jRC\omega}\underline{e}$ donc $\arg(\underline{s}) = \arg(\underline{e}) +$ arg $(\dfrac{1}{jRC\omega})$ Le déphasage de $\underline{s}$ par rapport à $\underline{e}$ est donc de $-\frac{\pi}{2}$	1 1 2	 4
39- On veut $\lvert\underline{H}\rvert = \dfrac{1}{RC\omega} = 100$ Ce qui impose $R = \dfrac{1}{100C\omega} = 6.3\,\Omega$	 3	 3
Total partie 3 :		**17**
Total général :		**85**