Interrogation de Physique n° 1: correction détaillée

Lundi 14 octobre 2019 **Durée : 1 h 30**

Electrocinétique

1/ Le condensateur se comporte en court-circuit et donc $i_1 = 0$; $i_2 = i = E/R_g$ à t = 0+. En régime établi le condensateur chargé ne reçoit plus de courant donc $i = i_1 = E/(R_g+R)$ quasiment égal à E/R avec les valeurs numériques utilisées plus vas.

Avec un condensateur idéal, i serait nul en régime établi, alors qu'ici la dérivation consomme du courant «de fuite». Ou bien : lorsqu'on ouvre le circuit, le condensateur se décharge lentement dans la résistance de fuite R au lieu de garder sa charge.

2/ Utiliser $q/C = U_C = Ri_1$et $i_2 = dq/dt$; il vient $i_2 = RC\, di_1/dt$

$E- R_g(i_1+i_2) – Ri_1 = 0$ donc en substituant i_2 il vient $E- (R_g+R)i_1+ R_g\, RC\, di_1/dt = 0$

3/ i_1 = solution de régime établi $E/(R_g+R)$ + solution du régime transitoire $K \exp(-(R_g+R)t/R_gRC)$

Fixation de la constante K avec la condition initiale $E/(R_g+R) + K \exp(0) = 0$, soit :

$i_1 (t) = E/(R_g+R) [1 - \exp(-(R_g+R)t/R_gRC)]$

et $i_2(t) = RC\, di_1/dt = E/R_g \exp(-(R_g+R)t/R_gRC)]$

4/ i = 0, $Rdq/dt + q/C = 0$ (0,5) : constante de temps de la décharge RC bien plus grande (facteur 2.10^4) que la constante de temps de la charge qui vaut quasiment R_gC . La présence de la résistance de fuite est indétectable à la charge.

AN : R_gC = 0,25 ms , RC = 5 s (décharge du condensateur en 30 s dans la résistance de fuite, donc charge en 3 ms).

5/ En parallèle, on ajoute les conductances 1/R, $jC\omega$ et $1/jL\omega$. $1/Z_{eq} = 1/R + j(C\omega – 1/L\omega)$

Limite à ω nul : le terme en $1/L\omega$ est très grand et domine ; Z_{eq} tend vers zéro

Limite à ω très grand : le terme en $C\ \omega$ est très grand et domine ; Z_{eq} tend vers zéro

En $\omega_o = 1/(LC)^{1/2}$, $C\omega_o = 1/L\omega_o$ et Z_{eq} vaut R (très grand)

$I = U/Z_{eq}$ est très petit si Z_{eq} est grand, ce qui se produit au voisinage de ω_o : le contraire d'une résonance, d'où l'appellation.

Electrostatique

1/ En un point M distinct de O, tout plan contenant l'axe (OM) est plan de symétrie de la distribution de charges, donc E est radial . Il y a invariance des charges par rotations [illegible] ou [illegible], donc E est radial et ne dépend que de r.

Tout plan passant par O est plan de symétrie, ce qui impose E nul au centre.

Clarté du Schéma notéE

2/

Si théorème de Gauss : surface de Gauss = sphère de centre O et de rayon r ; flux de E en sortant = $4\pi r^2 E(r) = Q_{int}(r)/\varepsilon_0$

$Q_{int} = 0$ si $r < R_{int}$

$= \rho_0 4\pi (r^3-R_{int}^3)/3$ si $R_{int} < r < R_{ext}$

$= \rho_0 4\pi (R_{ext}^3-R_{int}^3)/3$ si $r > R_{ext}$

D'où E nul si $r < R_{int}$; $= \rho_0 (r^3-R_{int}^3)/3\varepsilon_0 r^2$ si $R_{int} < r < R_{ext}$; $= \rho_0 (R_{ext}^3-R_{int}^3)/3\varepsilon_0 r^2$ si $r > R_{ext}$

Avec la divergence : équation $1/r^2\, d(r^2E)/dr = 0$ si $r < R_{int}$ ou $r > R_{ext}$; $= \rho_0/\varepsilon_0$ si $R_{int} < r < R_{ext}$

On intègre par domaine et on raccorde par continuité

$r < R_{int}$: $E = k/r^2$, k constante nulle puisque E est nul en r = 0

$R_{int} < r < R_{ext}$: $r^2E = \rho_0 r^3/3\varepsilon_0 + k'$ donne $E = \rho_0 r/3\varepsilon_0 + k'/r^2$, nul en $r = R_{int}$, d'où $k' = -\rho_0 R_{int}^3/3\varepsilon_0$, soit $E = \rho_0/3\varepsilon_0 (r - R_{int}^3/r^2)$

$r > R_{ext}$: $E = K/r^2$ avec raccordement continu donc $K/R_{ext}^2 = \rho_0/3\varepsilon_0 (R_{ext} - R_{int}^3/R_{ext}^2)$ et ainsi $K = \rho_0/3\varepsilon_0 (R_{ext}^3 - R_{int}^3)$

Possibilité de procéder par superposition linéaire des champs créés, d'une part par une boule pleine de rayon R_{ext} à la densité ρ_0, d'autre part par une boule pleine de rayon R_{int} à la densité $-\rho_0$.

3/ Avec $E = -dV/dr$ il vient $V = cte + \rho_0 (R_{ext}^3-R_{int}^3)/3\varepsilon_0 r$ pour $r > R_{ext}$,

La constante est prise nulle car l'énoncé impose V nul à l'infini

Magnétostatique

1/ I = flux de J à travers une section du conducteur

Matheux : intégrale double $J(r) r dr d\theta$ pour $0 < r < a$ et $0 < \theta < 2\pi$

Physicien : on découpe la section en couronnes entre r et r + dr, chacune contribue au flux par $2\pi r J(r) dr = 2\pi J_o/a^2\, r^3 dr$, à intégrer sur $0 < r < a$

Dans tous les cas la sommation aboutit à $I = 2\pi J_o a^4/4a^2 = \pi J_o a^2/2$

2/ Schéma noté : fil et coordonnées cylindriques, ou plan de symétrie des courants contenant un point M hors axe et l'axe Oz

B est donc porté par la perpendiculaire au plan (e_r, e_z), soit e_θ ; sur l'axe Oz B est nul car appartenant à tout plan contenant Oz, qui est plan de symétrie

Invariance de la distribution de courant en translation z (fil infini) et en rotation autour de Oz (θ) : $B = B(r)\, e_\theta$

QCM

1/ Champs de vecteurs

A champ uniforme : oui

D lignes de champ fermées : oui

B source de champ en O d'où partent plusieurs lignes de champ : non car manifestement le flux n'est pas conservatif (mais serait ok pour champ électrique)

C : non-conservation du flux : non

2/ Flux : la surface de Gauss recouvre exactement la boule centrale qui ne porte aucune charge de surface mais purement des charges volumiques.

Qint est donc égal à Q sans ambiguité et le flux de E vaut Q/ε_0