Physique : Interrogation n°2 – corrigé – barème

Lundi 2 décembre 2019 — **Durée : 1h30**

Exercice 1 : Composants numériques à micro-miroirs		**10,5 pts (+ Bonus : 2)**
1.	• Le plan médiateur (π) des armatures du condensateur est <u>un plan d'antisymétrie de la distribution de charges</u>. • Or, <u>le champ électrostatique est perpendiculaire aux plans d'antisymétrie ➔ $\vec{E}$ est perpendiculaire au plan (π)</u> • De plus, le champ électrostatique <u>dérive d'un potentiel scalaire</u> ($\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$) ➔ il est donc perpendiculaire <u>aux surfaces équipotentielles</u> • On en déduit alors que le plan (π) est une surface équipotentielle	0,5 0,25 0,25 0,25
2.	• Les portions de plan passant par l'arête du dièdre sont des surfaces équipotentielles ➔ <u>les lignes de champ de $\vec{E}$ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles</u> Ce sont des arcs de cercle orientés de l'armature au potentiel V_1 vers celle au potentiel V_2. • <u>Schéma</u> + <u>orientation correcte + repère avec les vecteurs unitaires bien positionnés</u>	0,25 0,25 + 0,25 + 0,5
3.	• De l'étude précédente, on déduit que le champ $\vec{E}$ est orthoradial (dirigé selon $-\vec{e}_\theta$) • Par ailleurs, les armatures étant infinies selon l'axe Oz, le champ $\vec{E}$ ne peut dépendre que de r et θ, soit : $\vec{E} = E_\theta(r,\theta)\vec{e}_\theta$ • En un point de l'espace intermature, <u>la charge volumique est nulle : $div\vec{E} = 0$</u> ➔ $div\vec{E} = \frac{1}{r}\frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} = 0$ => $\frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} = 0$ => E_θ ne dépend pas de θ => la norme de $\vec{E}$ est constante le long d'une ligne de champ pour laquelle r = cte et θ variable.	0,25 0,25 0,5 0,5 (non noté)
4.	• On se place le long d'une ligne de champ pour calculer la circulation de $\vec{E}$ entre les deux armatures. $\int_{2\to1}\vec{E}.d\vec{\ell} = \int_{\theta=0}^{\theta=\alpha} E_\theta(r)\vec{e}_\theta.(rd\theta)\vec{e}_\theta = E_\theta(r).r\int_{\theta=0}^{\theta=\alpha} d\theta = E_\theta(r).r\alpha$ $\int_{2\to1}\vec{E}.d\vec{\ell} = -\int_{2\to1}\overrightarrow{grad}V.d\vec{\ell} = -\int_{V_2}^{V_1} dV = V_2 - V_1 = -U$ • On en déduit que : $E_\theta(r) = -\frac{U}{\alpha r} = \frac{K}{r}$ (mettre 0,75/1,25 si erreur de signe sur $E_\theta(r)$) • Pour calculer la densité surfacique de charge, on peut utiliser une relation de passage Par exemple, au niveau de l'armature au potentiel $V_1(\theta=\alpha)$, on a : <u>$\vec{n}_{1\to2}.(\vec{E}_2 - \vec{E}_1)_{\theta=\alpha} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$</u> Si milieu 1=conducteur et milieu 2=air, alors $\vec{n}_{1\to2} = -\vec{e}_\theta$, $\vec{E}_1 = \vec{0}$ et $\vec{E}_2 = -\frac{U}{\alpha r}\vec{e}_\theta$ On a alors : $-\vec{e}_\theta.(-\frac{U}{\alpha r}\vec{e}_\theta - \vec{0}\ ) = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$ $\Rightarrow$ $\sigma_1(r) = \frac{\varepsilon_0 U}{\alpha r}\left(= -\frac{\varepsilon_0 K}{r}\right)$ La charge portée par l'armature située en θ = 0 est : $\sigma_2(r) = -\sigma_1 = -\frac{\varepsilon_0 U}{\alpha r}\left(= \frac{\varepsilon_0 K}{r}\right)$ **Rqe 1 :** on peut aussi passer par le théorème de Gauss intégral après avoir défini correctement la surface de Gauss, l'avoir orientée… **Rqe 2 :** accepter les expressions avec K démontrées correctement	0,5 0,5 0,25 0,5 0,5 0,5 (même si non démontré)

<table>
<tr><td></td><td>

- La densité surfacique de charge <u>n'est pas uniforme et est d'autant plus grande que la distance r est faible</u>
➔ <u>cohérent avec le fait que plus r est faible, plus les armatures sont proches et peuvent s'influencer</u> conduisant à une <u>densité de charge et un champ électrique plus grands</u>

</td><td>0,25

(Bonus :
0,25
0,25)</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>

On calcule la charge électrostatique sur l'armature 1

- $Q = \iint \sigma_1 dS = \iint \sigma_1 dr dz$
- $Q = \frac{\varepsilon_0 U}{\alpha} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \int_0^h dz = \frac{\varepsilon_0 U}{\alpha} ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) h$
- La capacité du condensateur $C = Q/U = \frac{\varepsilon_0}{\alpha} ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) h$

Rqe : accepter l' expression avec K : $C = \left(\frac{\varepsilon_0 K^2}{U^2} ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \alpha . h\right)$

- L'application numérique donne : <u>$C_0 = 1{,}27.10^{-15}$ F</u> pour un condensateur
Pour les 1024x768 condensateurs <u>en parallèle</u>, la capacité équivalente est :
<u>$C_{tot} = 1024 x 768 x C_0$</u>,
soit : <u>$C_{tot} \approx 9{,}98 \times 10^{-10}$ F $\approx$ 1 nF</u>

</td><td>0,5
0,5
0,5

0,5
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>

- Circuit RC possède une constante de temps τ = RC
<u>Justification détaillée</u>
Pour charge du condensateur : $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{U_0}{R}$ => $q(t) = CU_0\left(1 - \exp(-\frac{t}{RC})\right)$
Pour décharge : $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$ => $q(t) = CU_0 \exp(-\frac{t}{RC})$
- On veut : 3 τ < 20 µs, soit R < 3,33 kΩ (accepter : τ < 20 µs, soit R < 10 kΩ)

</td><td>0,5

Bonus :
1,5 (justification de la constante avec l'un des 2 cas traité en détail)

0,5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Exercice 2 : Principe du fonctionnement d'un train à sustentation magnétique 9,5 pts + (Bonus : 2)</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>

- $div\vec{E} = 0$ car $\rho = 0$ (pas de charge volumique);
- $div\vec{B} = 0$;
- $rot\vec{E} = \vec{0}$ (régime stationnaire);
- $rot\vec{B} = \vec{0}$ (régime stationnaire + pas de courant en volume à l'intérieur du matériau ferromagnétique)

</td><td>0,25
0,25
0,25
0,25 + 0,25</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>

- Le flux est conservatif (le flux sortant d'une surface fermée est nul)
- Cf TD circuits magnétiques :
  - ✓ Schéma d'un tube de champ situé le long du circuit, de section constante et avec une extrémité dans le circuit magnétique et l'autre dans un entrefer (par exemple, tube orienté verticalement avec des lignes de champ verticales)
  - ✓ Normales aux différentes surfaces du tube précisées sur le schéma
  - ✓ Flux sur la surface latérale du tube = 0 (champ B perpendiculaire à la normale à la surface)
  - ✓ Evaluation des flux à travers les sections perpendiculaires aux lignes de champ ➔ $B_1 S = B_2 S = B_a S$ ➔ $B_1 = B_2 = B_a$

</td><td>0,5

0,25

0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>

- Le fait d'introduire deux entrefers dans le circuit magnétique <u>entraîne l'ajout de deux réluctances dans le circuit (de valeur très élevée car associées à une perméabilité μ_0)</u>
➔la réluctance du circuit augmente donc
- Le flux a davantage de mal à passer (ou le champ B est abaissé) si le produit NI n'a pas été modifié

</td><td>0,5

0,5</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>

- Contour = ligne de champs, orientée (selon le choix de l'étudiant)

</td><td>0,5</td></tr>
</table>

	• On trouve : $B_1 = B_2 = B_a = \dfrac{\mu_0 N i_0}{\left(\dfrac{\ell}{\mu_r} + 2z\right)} = \dfrac{\mu_0 N i_0}{2z\left(\dfrac{10}{\mu_r} + 1\right)}$ NB : si les étudiants mettent 2 ℓ / μ_r au lieu de ℓ / μ_r (le reste étant correct), compter juste • Comme $10/\mu_r$ est négligeable par rapport à 1, $B_1 = B_2 = B_a = \dfrac{\mu_0 N i_0}{2z}$	1 0,5
5.	a) Flux du champ magnétique vu par N spires : $\Phi = NB.S = L.i_0$ soit : $L(z) = \dfrac{\mu_0 N^2 i_0 S}{2z i_0} = \dfrac{\mu_0 N^2 S}{2z}$ b) $E_m = \dfrac{1}{2} L i_0^{\ 2} = \dfrac{\mu_0 N^2 S i_0^{\ 2}}{4z}$ c) On a aussi : $E_m = \left(\dfrac{B^2}{2\mu_0}\right).2Sz = \dfrac{\mu_0 N^2 S i_0^{\ 2}}{4z}$ ➔ l'énergie magnétique est stockée principalement dans les deux entrefers	0,5 0,25 0,5 (Bonus : 1)
6.	a) $E_m = \dfrac{\mu_0 N^2 S i_0^{\ 2}}{4z}$, soit : $\vec{F}_{em} = \left(\dfrac{\partial E_m}{\partial z}\right)_i \vec{u}_z = -\dfrac{\mu_0 N^2 S}{4}\left(\dfrac{i_0}{z}\right)^2 \vec{u}_z$ Force verticale orientée vers le haut (s'oppose à la gravité) b) Si sustentation, $\lvert F_{em} \rvert = mg$ d'où : $m = \dfrac{\mu_0 N^2 S}{4g}\left(\dfrac{i}{\delta}\right)^2 = 16028\,kg$ c) Pour une masse de 190 tonnes, il faut 12 électroaimants d) **Bonus :** La force d'attraction décroit en $1/z^2$ avec z = largeur de l'entrefer. Ainsi, si la rame s'écarte de sa position d'équilibre associée à z = δ, la force n'a pas tendance à la ramener à sa position initiale ➔ système instable	1 1 0,5 (Bonus : 1)